



آزمون ۲۸ آذر ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان	
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	شاهین پروازی-سعید تن آرا-احمد حسن زاده-فرد-افشین خاصه-خان-سینا خیرخواه-طاهر دادستانی-احمدرضا ذاکر-زاده-مریم زارعی-محمد زنگنه-الهام شیخ-ممو-پوریا صادقیان-فاطمه صدیقی-حمید علیزاده-حامد قاسمیان-کیان کریمی خراسانی-محمد کریمی-مهسان گودرزی-علیرضا مسگر-میلاذ منصوری-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکتام
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رسول حاجی زاده-روح اله حسینی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-محمد شاه محمدی-پوریا صادقیان-نرگس کارگر-مهرداد ملوندی-ابوذر منتظری-نیما مهندس محمد ناری-ایپانه
	فیزیک	مهران اسماعیلی-علیرضا جباری-مهرداد حاجی-محمد رضا خادمی-مسعود خندان-رحمت اله خیراله-زاده-سماکوش-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-حسام نادری-محمد رضا نصیری-ابوالفضل نکومنشی-نژاد
	شیمی	امیرعلی بیات-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-ندا حسین پورمقدم-پیمان خواجوی-مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-میینا سیدحسینی-حسین شاهسواری-رسول عابدینی-زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونتی-مجتبی محبوب

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کیان کریمی خراسانی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	آرین غلامی سینا صالحی	آرین غلامی	آرین غلامی	سینا صالحی امیررضا مرادی	فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	محمد رضا مهدوی	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی-سجاد سلیمی-پارسا باتقوا احسان میرزینلی				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳





حسابان ۲

گزینه ۳

(اخشین فاضله‌فان)

طبق متن کتاب درسی، گزینه «۳» تعریف مورد نظر

برای $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ می‌باشد.

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی، هر در بی‌نهایت؛ تعریف صفحه ۴۹)

گزینه ۲

(پوریا صادقیان)

می‌دانیم که $\lim_{x \rightarrow 4} (-3x + 1) = -11$ ، پس باید حد مخرج برابر صفر باشد

و نیز علامت عبارت $x^2 + ax + b$ در همسایگی محذوف نقطه $x = 4$

مثبت باشد. یعنی $x^2 + ax + b$ باید برابر $(x - 4)^2$ باشد، در

نتیجه $a = -8$ و $b = 16$ پس $a + b = 8$ و گزینه «۲» صحیح است.

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی، هر در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

گزینه ۴

(میانیش نیکنام)

در همسایگی چپ $x = 3$ ، تابع f با مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک

می‌شود. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (2[x] - m) = 4 - m \Rightarrow 4 - m < 0 \Rightarrow 4 < m \quad (1)$$

در همسایگی راست $x = 3$ ، تابع f با مقادیر بیشتر از صفر به صفر نزدیک

می‌شود. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (2[x] - m) = 6 - m \Rightarrow 0 < 6 - m \Rightarrow m < 6 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 4 < m < 6 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 5$$

طبق نمودار $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ و در همسایگی محذوف $x = 2$ ،

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{-2x + 5}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

داریم $f(x) < 0$ ، پس:

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی، هر در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۸)

گزینه ۳

(امیر مسن؛ زاره‌فرز)

با توجه به داشتن دو مجانب قائم و همچنین نداشتن نقطه توخالی در نمودار،

مخرج باید ضریبی از $x(x - 2)$ باشد اما $x^2(x - 2)$ امکان‌پذیر نیست

زیرا شکل نمودار در همسایگی $x = 0$ به صورت \searrow خواهد شد. پس به

فرم $x(x - 2)^2$ خواهد بود که ریشه صورت هم $x - 2$ است و داریم:

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 + 2bx + c - 3 &= x(x - 2)^2 \\ &= x(x^2 - 4x + 4) = x^3 - 4x^2 + 4x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{-4+3}{2} = -\frac{1}{2} \\ c - 3 = 0 \Rightarrow c = 3 \end{cases}$$

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی، هر در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

گزینه ۱

(امیررضا ذاکر زاده)

حد چپ و راست تابع f در نقطه $x = k$ ، $-\infty$ است. بنابراین مخرج کسر

دارای ریشه مضاعف است. معادلات $\sin x = 1$ و $\sin x = -1$ ریشه

مضاعف دارند. در نتیجه $a = 1$ یا $a = -1$ است.

اگر $a = 1$ باشد، مخرج کسر $1 + \sin x$ می‌شود که همواره نامنفی است.

در $(0, 2\pi)$ ، $x = \frac{3\pi}{4}$ ریشه مخرج است و داریم:

$$k = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{2x+1}{1+\sin x} = \frac{3\pi+1}{0^+} = +\infty$$

اگر $a = -1$ باشد، مخرج کسر $\sin x - 1$ می‌شود که همواره ناممثبت

است. در $(0, 2\pi)$ ، $x = \frac{\pi}{4}$ ریشه مخرج است و داریم:

$$k = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2x+1}{-1+\sin x} = \frac{\pi+1}{0^-} = -\infty$$

در نتیجه $k = \frac{\pi}{4}$ و $a = -1$ داریم:

$$ak = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{ak}{x} + \sqrt{x^2 - 1}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{1}{2}x + |x|}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{1}{2}x - x}{x} = -\frac{3}{2}$$

(حسابان ۲- مرهای نامتناهی، هر در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۶۶)



۶- گزینه «۳»

(کیان کریمی فراسانی)

به کمک قاعده پرتوان داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x^5}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^5}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$$

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۶۶)

۷- گزینه «۴»

(مریم زارعی)

تابع $f(x) = \frac{1+ax^2}{x^2+1}$ را در نظر می‌گیریم. مجانب افقی این تابع به صورت

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+ax^2}{x^2+1} = -2 \quad \text{زیر است:}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{x^2} = -2 \Rightarrow a = -2$$

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت؛ مشابه تمرین ۴ صفحه ۶۹)

۸- گزینه «۲»

(الهام شیخ‌ممو)

در توابع شامل عبارات رادیکالی می‌توان از قاعده جملات پرتوان برای محاسبه حد در بی نهایت استفاده کرد. یعنی:

$$\sqrt{x^2 - x - 1} \sim \sqrt{x^2} = |x|$$

$$\sqrt{4x^2 - 1} \sim \sqrt{4x^2} = |2x|$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - |x|}{|2x|}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - (-x)}{-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{-2x} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{4}{2} = 2$$

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۹)

۹- گزینه «۲»

(سعید تن آرا)

با توجه به این که x به $+\infty$ میل می‌کند، لذا از حالت پرتوان x در صورت و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x} + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}}{\sqrt{x+1}} \quad \text{مخرج استفاده می‌کنیم:}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 2$$

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۰- گزینه «۴»

(نیما مهنرس)

ابتدا باید حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ را به دست آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+k} - \sqrt{x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+k} - \sqrt{x})(\sqrt{x+k} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+k} + \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}(x+k-x)}{2\sqrt{x}} = \frac{k}{2}$$

حالا $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \frac{k}{2})$ را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{x}(\sqrt{x+k} - \sqrt{x}) - \frac{k}{2} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + kx} - \left(x + \frac{k}{2}\right) \right) \frac{\sqrt{x^2 + kx} + \left(x + \frac{k}{2}\right)}{\sqrt{x^2 + kx} + \left(x + \frac{k}{2}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 + kx) - \left(x^2 + kx + \frac{k^2}{4}\right)}{2x} = \frac{-\frac{k^2}{4}}{2x} = 0^-$$

بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(مسابان ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)



حسابان ۱

۱۱- گزینه «۳»

(فاطمه صریقی)

برای به دست آوردن مجموع اعداد دسته دهم ابتدا باید بدانیم دسته دهم از کدام عضو شروع و با کدام عضو تمام می‌شود.

دسته اول: یک عضو (اولی)

دسته دوم: دو عضو (دومی و سومی)

دسته سوم: سه عضو (چهارمی و پنجمی و ششمی)

شماره آخرین عضو هر دسته برابر با مجموع تعداد دسته‌ها از اول تا آن دسته

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

می‌باشد، یعنی آخرین عضو دسته نهم:

پس دسته دهم از عضو ۴۶ ام شروع و به عضو ۵۵ ام خاتمه می‌یابد. پس

مجموع اعداد این دسته برابر است با:

$$46 \times 7 + 47 \times 7 + \dots + 55 \times 7 = 7(46 + 47 + \dots + 55)$$

ابتدا باید مجموع اعداد از ۱ تا ۵۵ را به دست آوریم، سپس مجموع اعداد ۱

تا ۴۵ را از آن کم کنیم.

$$\frac{55 \times 56}{2} = 1540$$

$$\frac{45 \times 46}{2} = 1035$$

$$1540 - 1035 = 505$$

مجموع اعداد از ۴۶ تا ۵۵ برابر است با:

$$\Rightarrow \text{مجموع اعداد دسته دهم} = 7 \times 505 = 3535$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱۲- گزینه «۱»

(غلامرضا نیازی)

طبق فرض داریم:

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99} = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100} + 100$$

$$\Rightarrow \underbrace{(a_2 - a_1)}_d + \underbrace{(a_4 - a_3)}_d + \underbrace{(a_6 - a_5)}_d + \dots + \underbrace{(a_{100} - a_{99})}_d = -100$$

$$50d = -100 \Rightarrow d = -2$$

$$\frac{a_{50}^2 - a_{50}^2}{a_{50}} = \frac{(a_{50} - a_{50})(a_{50} + a_{50})}{a_{50}} = \frac{(30d)(2a_{50})}{a_{50}}$$

$$= 60d = 60(-2) = -120$$

نکته: اگر a_m و a_n دو جمله متمایز یک دنباله حسابی باشد، آن‌گاه:

$$\frac{a_{m+n}}{2} = \frac{a_m + a_n}{2}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱۳- گزینه «۳»

(عمید علیزاده)

$$a_n = k(r)^{(k-2)n^2-n} \xrightarrow{\text{هندسی است}} \text{جمله عمومی دنباله}$$

$$(n^2)k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow a_n = 2(2)^{-n} \Rightarrow a_n = 2^{1-n}$$

$$\Rightarrow a_n = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$$

مجموع n جمله اول این دنباله هندسی از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{1023}{512} = \frac{1(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1023}{512} = 2(1-(\frac{1}{2})^n)$$



(ممنوع کربمی)

۱۵- گزینه «۲»

$x = 2$ در معادله صدق می‌کند.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 1 + 1 - k = 0 \Rightarrow k = 2$$

$x^2 - 3$ را t در نظر می‌گیریم. در این صورت:

$$t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 - 3 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$t = -2 \Rightarrow x^2 - 3 = -2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

مجموع سه ریشه دیگر معادله برابر است با: $-2 + 1 - 1 = -2$

(مسئله ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(سینا فیرضوا)

۱۶- گزینه «۴»

$$x - \frac{1}{x} - \frac{1 \cdot x}{x^2 - 1} = 3 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} - \frac{1 \cdot x}{x^2 - 1} = 3$$

$$\frac{x^2 - 1}{x} = t \rightarrow t - \frac{1}{t} = 3 \rightarrow xt \rightarrow t^2 - 3t - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 5)(t + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x} = 5 \Rightarrow x^2 - 5x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_1 = -\frac{b}{a} = 5 \\ \frac{x^2 - 1}{x} = -2 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_2 = -\frac{b}{a} = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = 3$$

(مسئله ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۸، ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

$$\frac{1023}{1024} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 - \frac{1023}{1024}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{1024} \Rightarrow n = 10$$

(مسئله ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۴ تا ۶)

(ممنوع زکته)

۱۴- گزینه «۱»

اولاً داریم:

$$2x = 6 - 3x^2 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{2}{3} \\ P = \alpha\beta = -\frac{6}{3} = -2 \end{cases}$$

ثانیاً می‌توان نوشت:

$$2x = 6 - 3x^2 \Rightarrow 3x^2 + 2x = 6 \Rightarrow x(3x + 2) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3x + 2} = \frac{x}{6} \Rightarrow \begin{cases} \alpha' = \frac{2}{(3\alpha + 2)^2} = 2\left(\frac{\alpha}{6}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{18} \\ \beta' = \frac{2}{(3\beta + 2)^2} = 2\left(\frac{\beta}{6}\right)^2 = \frac{\beta^2}{18} \end{cases}$$

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{2}{(3\alpha + 2)^2} + \frac{2}{(3\beta + 2)^2} = \frac{1}{18}(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$= \frac{1}{18}(S^2 - 2P) = \frac{1}{18}\left(\frac{4}{9} + 4\right) = \frac{20}{81}$$

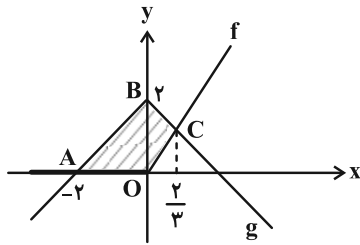
$$P' = \alpha'\beta' = \frac{2}{(3\alpha - 2)^2} \times \frac{2}{(3\beta - 2)^2} = \frac{\alpha^2}{18} \times \frac{\beta^2}{18}$$

$$= \left(\frac{\alpha\beta}{18}\right)^2 = \left(-\frac{2}{18}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{20}{81}x + \frac{1}{81} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 81} 81x^2 - 20x + 1 = 0$$

(مسئله ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)



$$2 - x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ (طول نقطه } C \text{)}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} \text{ (عرض نقطه } C \text{)}$$

مساحت ناحیه هاشورخورده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{ABCO} = S_{ABO} + S_{BCO} = \frac{1}{2}OA \times OB + \frac{1}{2}OB \times x_C$$

$$\Rightarrow S_{ABCO} = \frac{1}{2}(2 \times 2) + \frac{1}{2}(2 \times \frac{2}{3}) = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

(مسابان ۱- بپر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۲۰- گزینه «۳» (علیرضا مسگر)

معادله یکی از قطرهای مربع به صورت $y = -2$ است، از آنجا که قطرهای

مربع بر هم عمودند، با توجه به فرض، معادله قطر دیگر به صورت $x = 1$

است؛ بنابراین محل تلاقی قطرهای نقطه $O = (1, -2)$ خواهد بود. از آنجا که

نقطه O وسط قطرهای AC و BD است، می‌توان گفت:

$$\left. \begin{aligned} x_A + x_C &= 2x_O \\ x_B + x_D &= 2x_O \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A + x_B + x_C + x_D = 4x_O$$

$$\left. \begin{aligned} y_A + y_C &= 2y_O \\ y_B + y_D &= 2y_O \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_A + y_B + y_C + y_D = 4y_O$$

$$\Rightarrow \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{y_A + y_B + y_C + y_D} = \frac{4x_O}{4y_O} = \frac{x_O}{y_O} = \frac{1}{-2}$$

(مسابان ۱- بپر و معارله: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۷- گزینه «۱»

(مهسان کورری)

$$x\sqrt{x-2} - x = 0 \Rightarrow x(\sqrt{x-2} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x-2} - 1 = 0 \end{cases}$$

دامنه تعریف این معادله $x \geq 2$ می‌باشد، پس $x = 0$ غیرقابل قبول است

چون در دامنه قرار ندارد. لذا داریم:

$$\sqrt{x-2} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x-2 = 1 \Rightarrow x = 3 \text{ ق ق}$$

(مسابان ۱- بپر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۸- گزینه «۳»

(عمیر علیزاده)

$$\left. \begin{aligned} OA &= \sqrt{(\sqrt{x}-0)^2 + (\sqrt{2}-0)^2} = \sqrt{x+2} \\ OB &= \sqrt{(x-0)^2 + 0} = |x| \xrightarrow{x \geq 0} OB = x \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{فرض}} OA = OB - 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = x - 4 \xrightarrow{\text{توان } 2} x + 2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = 7 \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{7+2} = 3$$

توجه: به دلیل وجود جمله \sqrt{x} ، باید $x \geq 0$ باشد.

(مسابان ۱- بپر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲ و ۳۰)

۱۹- گزینه «۲»

(ظاهر دارستانی)

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \text{ تابع } f \text{ به صورت دوضابطه‌ای رویه‌رو نوشته می‌شود:}$$

نمودار هر دو تابع f و g را رسم می‌کنیم:



ریاضی ۱

گزینه «۴» - ۲۱

(امیر حسن زاده فرد)

با توجه به طول بازه که مقداری غیر صفر است، داریم:

$$\text{بازه طول} = (-4a + 8) - (3a + 1) = -7a + 7 = 21$$

$$\Rightarrow -7a = 14 \Rightarrow a = -2$$

$$\text{بازه} (a - 4, -3a + 4) = (-2 - 4, 6 + 4)$$

$$(-6, 10) \xrightarrow{\text{مرکز بازه}} \frac{10 - 6}{2} = 2$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۲» - ۲۲

(سینا خیرخواه)

چون $(A - B) \cup (B - A)$ نامتناهی است، پس یکی از دومجموعه $(A - B)$ و $(B - A)$ قطعاً نامتناهی‌اند. در مورد متناهی بودن یانامتناهی بودن $A \cap B$ ، اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد ولی قطعاًمجموعه $A \cup B$ نامتناهی است، زیرا:

$$(A \cup B) = \underbrace{(A - B) \cup (B - A)}_{\text{نامتناهی}} \cup (A \cap B)$$

پس دو مجموعه از چهار مجموعه مذکور حتماً نامتناهی‌اند.

توجه: به عنوان مثال، با فرض $A = \mathbb{N}$ و $B = \{1\}$ ، مجموعه‌های $A - B$ و $A \cup B$ نامتناهی‌اند و مجموعه‌های $B - A$ و $A \cap B$ متناهی خواهند بود.

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۵ تا ۷)

گزینه «۳» - ۲۳

(غلامرضا نیازی)

 $n(F)$ = تعداد قبولی درس فیزیک، $n(R)$ = تعداد قبولی درس ریاضی

$$\begin{cases} n(R \cup F) = 30 & (1) \\ n(R) - n(F) = 8 & (2) \\ n(R) - n(R \cap F) = 14 & (3) \end{cases}$$

$$n(R \cup F) = n(R) + n(F) - n(R \cap F)$$

$$\xrightarrow{(1), (3)} 30 = 14 + n(F)$$

$$n(F) = 16 \xrightarrow{(2)} n(R) = 24$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

گزینه «۳» - ۲۴

(نیما مهندس)

سوال می‌گوید $n((A - B) \cup (B - A))$ دو برابر $n(A \cap B)$ است. بنابراین:

$$n(A - B) + n(B - A) - \underbrace{n((A - B) \cap (B - A))}_{\emptyset}$$

$$= 2n(A \cap B) \quad (*)$$

از طرفی داریم: $n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$

$$\xrightarrow{(*)} n(A \cup B) = 2n(A \cap B) \xrightarrow{n(A \cap B) = x} n(A' \cap B')$$

$$= n(S) - n(A \cup B) = 40 - 3x$$

$$\Rightarrow \frac{n(A' \cap B')}{n(A \cap B)} = \frac{40 - 3x}{x} = \frac{40}{x} - 3$$



$$2(a_1 + 4d) \times 2(2a_1 + 5d) = 4a_5 \xrightarrow{a_5 = a_1 + 4d} 2a_1 + 5d = 1$$

از طرفی: $a_6 = -5 \Rightarrow a_1 + 5d = -5$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 5d = 1 \\ a_1 + 5d = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 6 \\ d = -\frac{11}{5} \Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = 6 + 10 \left(-\frac{11}{5}\right) = 6 - 22 = -16 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(معمد گرمی)

۲۷- گزینه «۲»

در این دنباله هندسی صعودی، جمله اول و قدرنسبت را به ترتیب a و r

می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} a + ar = 4 \\ ar^2 + ar^3 = 36 \end{cases} \Rightarrow \frac{a(1+r)}{ar^2(1+r)} = \frac{4}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow r = \pm 3$$

دنباله صعودی است، بنابراین $r = 3$ و $a = 1$ خواهد بود.

جمله دهم این دنباله برابر است با: $a_{10} = ar^9 = 1 \times 3^9 = 3^9$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

مقدار $3 - \frac{40}{x}$ زمانی کمینه می‌شود که $\frac{40}{x}$ کمترین مقدار ممکن و در

نتیجه x بیشترین مقدار ممکن باشد. داریم:

$$n(A \cup B) \leq 40 \Rightarrow 3n(A \cap B) \leq 40 \Rightarrow x \leq \frac{40}{3} \Rightarrow \max(x) = 13$$

در نتیجه به ازای $n(A \cap B) = x = 13$ ، حاصل عبارت مورد نظر کمینه می‌شود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

(شماره قاسمیان)

۲۵- گزینه «۳»

ابتد تعداد دایره‌ها را در حالت کلی می‌یابیم.

روش اول:

شماره مرحله	(۱)	(۲)	(۳)	(n)
تعداد دایره بالا	۲	۶	∴	$n(n+1)$
تعداد دایره پایین	۱	۲	∴	n
جمع کل	۳	۸	∴	$n^2 + 2n$

روش دوم: در هر مرحله، تعداد دایره‌ها یک واحد از مربع کامل کمتر است.

پس: $(n+1)^2 - 1 = n^2 + 2n$ = تعداد دایره‌ها

حال طبق فرض داریم: $n^2 + 2n = 42 + n \Rightarrow n^2 + n - 42 = 0$

$$\Rightarrow (n+7)(n-6) = 0 \Rightarrow n = 6$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

(سینا فیرواه)

۲۶- گزینه «۱»

$$9a_4^2 - a_7^2 = 4a_5 \Rightarrow (3a_4 - a_7)(3a_4 + a_7) = 4a_5$$

$$(3(a_1 + 3d) - (a_1 + 6d))(3(a_1 + 3d) + (a_1 + 6d)) = 4a_5$$

$$(2a_1 + 8d)(4a_1 + 10d) = 4a_5$$



۲۸- گزینه «۲»

(الهام شیخ‌ممو)

با جای گذاری مقدار عددی هر عبارت، خواهیم داشت:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 30^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

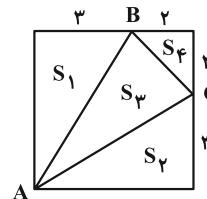
همچنین

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۲۹- گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

مربع به ۴ قسمت تقسیم شده که مجموع مساحت آن‌ها ۵^۲ است. داریم:



$$S_1 = \frac{3 \times 5}{2} = 7.5$$

$$S_2 = \frac{3 \times 5}{2} = 7.5$$

$$S_4 = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

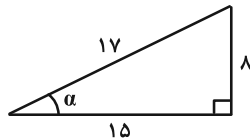
$$25 = 7.5 + 7.5 + 2 + S_3 \Rightarrow S_3 = 8$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس، طول اضلاع AB و AC را می‌یابیم:

$$AB = AC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} (AB)(AC) \sin \alpha \Rightarrow \frac{8}{17} = \sin \alpha$$

با استفاده از مثلث کمکی زیر می‌توان $\cos \alpha$ را به راحتی یافت: $\cos \alpha = \frac{15}{17}$



$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{8}{17} + \frac{15}{17} = \frac{23}{17}$$

در نتیجه:

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۳۰- گزینه «۲»

(میلاد منصوری)

از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC نتیجه می‌شود: $BC = 10$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

از طرفی:

پس در مثلث قائم‌الزاویه AHC طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 8^2 - 4.8^2 = 8^2 - \underbrace{(0.6)^2}_{(0.8)^2} = 8^2 - 0.64 = 73.36$$

$$\Rightarrow HC = 8 \times 0.8 = 6.4$$

$$\text{از طرفی } PH = \frac{AH}{2} = 2.4$$

$$\cot \theta = \frac{PH}{HC} = \frac{2.4}{6.4} = \frac{3}{8} = 0.375$$

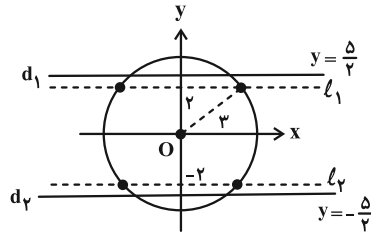
(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۲»

(ممر شاه‌ممری)

مکان هندسی نقاطی که اختلاف فاصله‌هایشان از دو خط d_1 و d_2 برابر ۴ باشند، مطابق شکل دو خط l_1 و l_2 هستند که به فاصله $\frac{1}{2}$ از هر کدام از این دو خط می‌باشند. (به معادلات $y = 2$ و $y = -2$)



همچنین مکان هندسی نقاطی که از O به فاصله ۳ باشند، دایره‌ای است به مرکز O و شعاع ۳ که این دایره، مطابق شکل دو خط l_1 و l_2 را در چهار نقطه قطع می‌کند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

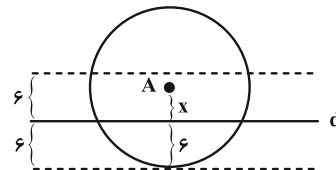
(مشابه تمرین ۴ صفحه ۳۹)

۳۲- گزینه «۳»

(سیرممر رضا عسینی فرد)

مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله $3x$ باشند یک دایره به مرکز A و شعاع $3x$ است. همچنین مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۶ هستند، دو خط موازی در دو طرف آن است و باید دایره یکی از دو خط را قطع کند و بر دیگری مماس باشد. پس:

$$x + 6 = 3x \Rightarrow x = 3$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۳۳- گزینه «۴»

(پوریا صادقیان)

باید ابتدا اندازه شعاع و مرکز هر دو دایره را پیدا کرد و سپس با محاسبه طول خط‌المركزین و مقایسه آن با شعاع‌های هر دو دایره، وضعیت آن‌ها را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} \text{مرکز : } O_1(-1, 2) \\ \text{شعاع : } r_1 = 1 \end{cases} \quad \text{دایره اول : } (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$$

$$\text{دایره دوم : } x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$\begin{cases} \text{مرکز : } O_2(1, -2) \\ \text{شعاع : } r_2 = \frac{1}{2}\sqrt{4+16-4} = 2 \end{cases}$$

$$\text{طول خط‌المركزین : } O_1O_2 = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

چون $r_1 + r_2 = 3$ و داریم $r_1 + r_2 > O_1O_2$ ، پس دو دایره خارج از هم و فاقد نقطه برخورد هستند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۴۴)

۳۴- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

معادله ضمنی دایره به فرم $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} A(3, 0) \Rightarrow 9 + 3a + c = 0 \\ B(-2, 0) \Rightarrow 4 - 2a + c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1, c = -6$$

$$C(0, 4) \Rightarrow 16 + 4b + c = 0 \xrightarrow{c=-6} b = -\frac{5}{2}$$

مرکز و شعاع دایره برابر می‌شوند با:

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{25}{4} + 24} = \frac{5}{2}\sqrt{5}$$

$$x_0 + y_0 + R\sqrt{5} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 8 \quad \text{در نتیجه:}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

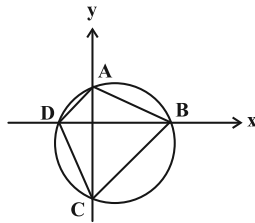
۳۵- گزینه «۱»

(نرگس کارگر)

ابتدا مختصات مرکز و شعاع دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + (y-4)^2 = 4 \Rightarrow O_1(0, 4), r_1 = 2$$

$$x^2 + y^2 + 4y = 0 \Rightarrow O_2(0, -2), r_2 = 2$$



$$S_{ABCD} = \frac{AC \times BD}{2}$$

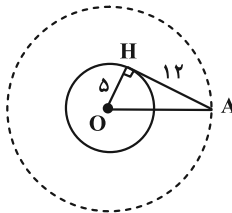
$$= \frac{((-2+2\sqrt{2}) - (-2-2\sqrt{2}))((1+\sqrt{5}) - (1-\sqrt{5}))}{2}$$

$$= \frac{(4\sqrt{2})(2\sqrt{5})}{2} = 4\sqrt{10}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۳۷- گزینه «۴» (عباس الهی)

فرض می‌کنیم A نقطه‌ای باشد که از آن مماسی به طول ۱۲ واحد بر دایره $C(O, 5)$ بتوان ترسیم کرد. می‌دانیم اگر از مرکز O به نقطه تماس H وصل کنیم، شعاع OH بر مماس AH عمود خواهد بود. پس مثلث AOH قائم‌الزاویه است و داریم:



$$AO^2 = OH^2 + AH^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow AO = 13$$

پس نقاطی مانند A که روی محیط دایره $C(O, 13)$ هستند پاسخ مورد نظر هستند.

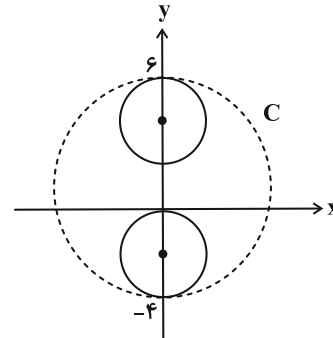
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۳۸- گزینه «۳» (سوکندر روشنی)

خطوط به معادله عمومی داده شده، عمود بر دایره هستند، در نتیجه از مرکز دایره می‌گذرند، لذا کافی است نقطه مشترک خطوط را به دست آوریم که همان مرکز دایره می‌شود:

$$\begin{cases} m=2 \Rightarrow -y=12 \Rightarrow y=-12 \\ m=3 \Rightarrow 2x=12 \Rightarrow x=6 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(6, -12)$$

مطابق شکل، C کوچک‌ترین دایره مماس داخل با هر دو دایره، به شعاع $r=5$ است.



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(مشابه فعالیت ۳ صفحه ۴۴)

۳۶- گزینه «۲» (روح‌اله حسینی)

برای تعیین مرکز دایره کافی است که دو قطر دلخواه دایره را با هم برخورد دهیم. بنابراین در $y = mx - m - 2$ کافی است دو مقدار دلخواه برای m

$$\begin{cases} m=0 \Rightarrow y=-2 \\ m=1 \Rightarrow y=x-3 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(1, -2)$$

چون خط $3x + 4y + 20 = 0$ بر دایره مماس است پس شعاع دایره برابر با فاصله مرکز دایره از این خط است:

$$r = OH = \frac{|3(1) + 4(-2) + 20|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

بنابراین معادله دایره به صورت $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3^2$ است. نقاط برخورد دایره با محورهای مختصات را می‌یابیم:

$$x=0 \Rightarrow (-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \Rightarrow (y+2)^2 = 8$$

$$\Rightarrow y+2 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow y = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$y=0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2)^2 = 9 \Rightarrow (x-1)^2 = 5$$

$$\Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{5}$$

بنابراین رئوس چهارضلعی نقاط $A(0, -2+2\sqrt{2})$ ، $B(1+\sqrt{5}, 0)$ و

و $C(0, -2-2\sqrt{2})$ و $D(1-\sqrt{5}, 0)$ هستند. چون قطرها چهارضلعی

بر هم عمود است، پس:



$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - x - y + \frac{1}{4} = 0$$

توجه: کوچک‌ترین دایره مورد نظر، پایین خط d و سمت راست خط d' قرار

دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(سوکندر روشنی)

۴۰- گزینه «۳»

اولاً چون دایره C در مبدأ مختصات بر نیمساز ربع اول و سوم مماس است،

مرکز آن روی خط $y = -x$ قرار دارد که در مبدأ مختصات بر نیمساز ربع

اول و سوم عمود است، پس:

$$C: \text{مرکز دایره } O(-2, -\frac{a}{2}) \in (y = -x)$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$$

$$C: \begin{cases} O(-2, 2) \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{8} \end{cases}$$

فاصله مرکز دایره تا خط را به دست آورده و با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم:

$$OH = \frac{|2(-2) + 2(2) - 11|}{\sqrt{9+4}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} > R = \sqrt{8}$$

پس خط و دایره یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

از طرفی دایره از نقطه $A(0, -10)$ می‌گذرد پس شعاع دایره برابر است با:

$$R = |OA| = \sqrt{(6-0)^2 + (-12+10)^2} = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}$$

$$S = \pi R^2 = 40\pi$$

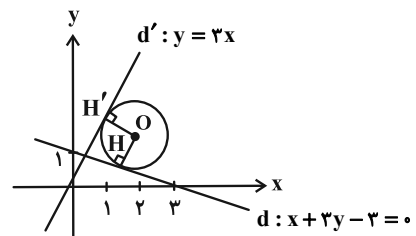
در نتیجه مساحت دایره برابر است با:

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۳۹- گزینه «۲»

(عباس الهی)

فرض کنید شکل دایره مربوطه به صورت زیر است:



فاصله مرکز دایره از دو خط d و d' باید به یک فاصله باشد و چون مرکز

دایره روی نیمساز ربع اول است پس مختصات مرکز آن به

صورت $O(\alpha, \alpha)$ با شرط $\alpha > 0$ است. در نتیجه با مرتب‌سازی معادله

$$3x - y = 0$$

خط d' داریم:

$$OH = OH' \Rightarrow \frac{|\alpha - 2\alpha|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|\alpha + 2\alpha - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|\alpha|}{\sqrt{10}} = \frac{|3\alpha - 3|}{\sqrt{5}} \Rightarrow |\alpha| = |3\alpha - 3|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 3\alpha - 3 \Rightarrow \alpha = 3 \\ 2\alpha = -3\alpha + 3 \Rightarrow 5\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{5} \end{cases}$$

پس دو دایره به مراکز $(\frac{3}{5}, \frac{3}{5})$ و $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ این ویژگی را دارند که معادله

$$O(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), R = \frac{|\alpha|}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

دایره کوچک‌تر برابر است با:

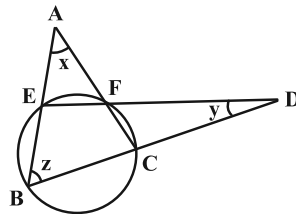


هندسه ۲

گزینه ۱»

(روح اله حسینی)

می‌دانیم زاویه بین امتداد دو وتر، برابر با نصف اختلاف کمان‌های نظیرش است. پس:



$$x = \hat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{EF}}{2}, \quad y = \hat{D} = \frac{\widehat{BE} - \widehat{FC}}{2}$$

از طرفی برای زاویه محاطی B داریم:

$$z = \hat{B} = \frac{\widehat{EF} + \widehat{FC}}{2} \Rightarrow \widehat{EF} + \widehat{FC} = 2z$$

$$x + y = \frac{\widehat{BC} - \widehat{EF}}{2} + \frac{\widehat{BE} - \widehat{FC}}{2}$$

بنابراین:

$$= \frac{\widehat{BC} + \widehat{BE} - (\widehat{EF} + \widehat{FC})}{2} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{BE} - 2z}{2}$$

از طرفی چون $\widehat{BC} + \widehat{BE} + \widehat{EF} + \widehat{FC} = 360^\circ$ ، لذا داریم:

$$\widehat{BC} + \widehat{BE} + 2z = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{BE} = 360^\circ - 2z$$

$$x + y = \frac{360^\circ - 2z - 2z}{2} = \frac{360^\circ - 4z}{2} = 180^\circ - 2z$$

بنابراین:

$$\frac{x+y=63^\circ}{\rightarrow 63^\circ = 180^\circ - 2z} \Rightarrow 2z = 117^\circ$$

$$\Rightarrow z = 58.5^\circ$$

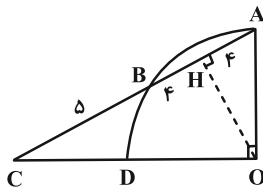
(هندسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

(ابوزر منتظری)

گزینه ۴»

مطابق شکل، پاره خط OH، عمود منصف AB می‌باشد (چرا؟). طبق روابط

طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\begin{cases} CO^2 = CH \times CA = (5+4) \times 13 \Rightarrow CO = 3\sqrt{13} \\ OA^2 = AH \times AC = 4 \times 13 \Rightarrow OA = 2\sqrt{13} \end{cases}$$

توجه کنید $DO = OA = 2\sqrt{13}$ ، پس:

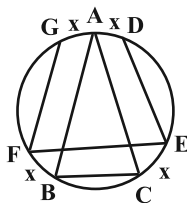
$$CD = CO - DO = 3\sqrt{13} - 2\sqrt{13} = \sqrt{13}$$

(هندسه ۲- رایره: صفحه ۱۱۳)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه ۲»

با توجه به فرض داریم:



$$AC \parallel DE \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{CE} = x$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \widehat{CE} = \widehat{BF} = x$$

$$AB \parallel GF \Rightarrow \widehat{BF} = \widehat{AG} = x$$

$$\text{همچنین: } \hat{A} = \frac{1}{2}\widehat{BC} \xrightarrow{\hat{A}=3^\circ} \widehat{BC} = 6^\circ$$

$$\text{طبق فرض: } \widehat{FG} = 120^\circ, \quad \widehat{DE} = 8^\circ$$

جمع کمان‌های روی دایره برابر است با:

$$4x + \widehat{DE} + \widehat{BC} + \widehat{FG} = 360^\circ \Rightarrow 4x + 8^\circ + 6^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 25^\circ$$



(انگشین فاصه‌فان)

۴۶- گزینه «۳»

$$\frac{\widehat{PN} + \widehat{QM}}{2} = \alpha \Rightarrow \widehat{PN} + \widehat{QM} = 2\alpha$$

مطابق شکل داریم:

از طرفی طبق فرض:

$$\widehat{B} = 2\widehat{C} \Rightarrow \frac{\widehat{MN} + 2\alpha - \widehat{PQ}}{2} = 2\left(\frac{\widehat{PQ} + 2\alpha - \widehat{MN}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \widehat{MN} + 2\alpha - \widehat{PQ} = 2\widehat{PQ} + 4\alpha - 2\widehat{MN}$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 2(\widehat{MN} - \widehat{PQ}) \Rightarrow \widehat{MN} - \widehat{PQ} = \frac{2}{3}\alpha$$

(هندسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

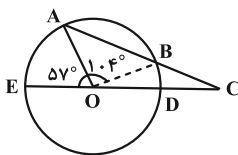
(ابوز منتظری)

۴۷- گزینه «۳»

زاویه مرکزی \widehat{AOB} برابر 104° درجه است. مثلث OAB متساوی‌الساقین

$$\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = \frac{180^\circ - 104^\circ}{2} = 38^\circ$$

است، پس:



$$\widehat{BD} = 180^\circ - (57^\circ + 104^\circ) = 19^\circ$$

از طرفی:

در نتیجه زاویه مرکزی \widehat{BOD} مساوی 19° است. زاویه \widehat{OBA} ، زاویه

خارجی مثلث BOC است و داریم:

$$\widehat{C} = \widehat{OBA} - \widehat{BOD} = 38^\circ - 19^\circ = 19^\circ$$

بنابراین مثلث BOC نیز متساوی‌الساقین بوده و BC برابر شعاع دایره

$$\frac{BC}{ED} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$

است و لذا:

(هندسه ۲- رایره: مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۷)

در نتیجه:

$$\widehat{F} = \frac{\widehat{DE} + 2x}{2} = \frac{80^\circ + 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

(هندسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۴۴- گزینه «۳»

(روح اله عسلی)

می‌دانیم اندازه کمان نظیر وتری که با شعاع دایره برابر می‌باشد برابر 60°

است. پس $\widehat{AB} = \widehat{BC} = 60^\circ$ ؛ از طرفی چون اندازه کمان‌های متناظر

وترهای برابر با هم، مساوی یکدیگرند، پس:

$$\widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GH} = \widehat{HA} = x$$

$$6x + 2 \times 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow 6x = 240^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

بنابراین:

$$\alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{EG}}{2} = \frac{60^\circ + 2 \times 40^\circ}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

پس:

(هندسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

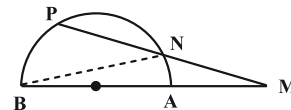
۴۵- گزینه «۲»

(سیرمهرضا مسینی‌فرد)

قطر نیم‌دایره را $AB = 2r$ در نظر می‌گیریم، پس $PN = r\sqrt{2}$ خواهد

بود، یعنی کمان نظیر این وتر باید 90° باشد، لذا داریم:

$$\widehat{PN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BP} + \widehat{AN} = 90^\circ$$



از طرفی $BN = MN$ بنابراین $\widehat{M} = \widehat{MBN} = x$ و داریم:

$$\widehat{MBN} = \frac{\widehat{AN}}{2} = x \Rightarrow \widehat{AN} = 2x$$

زاویه محاطی:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BP} - \widehat{AN}}{2} = x \xrightarrow{\widehat{AN} = 2x} \widehat{BP} = 4x$$

$$\widehat{BP} + \widehat{AN} = 6x = 90^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$

در نتیجه:

(هندسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

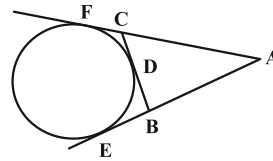


۴۸- گزینه «۱»

(معمّر تاری ایبانه)

$$\begin{cases} FC = CD \\ BD = BE \\ AF = AE \end{cases}$$

می‌دانیم:



$$BC = 4 \text{ و } AE = \frac{4}{2} = 2$$

همچنین طبق فرض داریم:

$$\Delta ABC \text{ محیط} = \frac{AC + CD + DB + AB}{AF} = 20$$

توجه: اندازه محیط مثلث ABC مستقل از فرض $BC = 4$ محاسبه شده است.

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

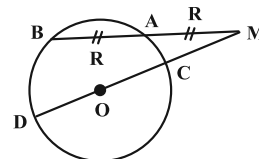
۴۹- گزینه «۴»

(روح‌اله عسّی)

نقطه M را به مرکز دایره وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا دایره را در

نقاط C و D قطع کند. طول پاره خط MD بیشترین فاصله M تا نقاط

دایره و طول پاره خط MC کمترین فاصله این نقطه تا نقاط دایره است.



$$\begin{cases} MD = MO + OD = d + R \\ MC = MO - OC = d - R \end{cases}$$

فرض کنیم $MO = d$. بنابراین:

اکنون بنابر رابطه‌های طولی در دایره داریم:

$$MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow R(2R) = (d - R)(d + R)$$

$$\Rightarrow 2R^2 = d^2 - R^2 \Rightarrow d^2 = 3R^2 \Rightarrow d = R\sqrt{3}$$

$$\frac{MD}{MC} = \frac{d+R}{d-R} = \frac{R\sqrt{3}+R}{R\sqrt{3}-R} = \frac{R(\sqrt{3}+1)}{R(\sqrt{3}-1)}$$

پس:

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

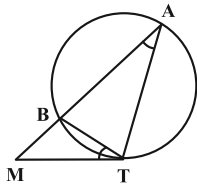
۵۰- گزینه «۴»

(عباس العی)

با توجه به شکل، زوایای محاطی A و Z و زوایای محاطی A و M هر دو روبه‌رو به

کمان BT هستند و با هم برابرند. از طرفی با توجه به مشترک بودن زاویه M

در دو مثلث MBT و MAT، این دو مثلث با هم متشابه‌اند. پس:



$$\Delta MBT \sim \Delta MTA \Rightarrow \frac{MB}{MT} = \frac{MT}{MA} = \frac{BT}{AT} = \frac{2}{3}$$

پس نسبت تشابه دو مثلث برابر $\frac{2}{3}$ و در نتیجه نسبت مساحت‌های آن‌ها

$$\frac{S_{MBT}}{S_{MAT}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \text{ می‌باشد. پس: } \frac{30}{S_{MAT}} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{MAT} = \frac{270}{4} = 67.5$$

در نتیجه مساحت مثلث ABT برابر می‌شود با:

$$S_{ABT} = S_{MAT} - S_{MBT} = 67.5 - 30 = 37.5$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵، ۱۸ و ۱۹)



هندسه ۱

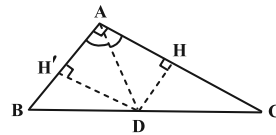
۵۱- گزینه «۱»

(اساقی استفناریا)

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله

$$DH = DH'$$

است، پس:



$$S_{ABC} = S_{ACD} + S_{ABD} \Rightarrow \frac{3 \times 4}{2} = \frac{DH \times 4}{2} + \frac{DH' \times 3}{2}$$

$$\Rightarrow DH = DH' = \frac{12}{7}$$

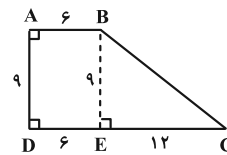
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۵۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومیبوب)

مطابق شکل از نقطه B، عمود BE را بر ضلع CD رسم می‌کنیم. طبق

قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BCE داریم:

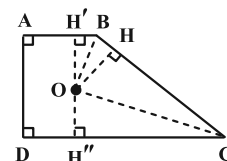


$$BC^2 = BE^2 + CE^2 = 9^2 + 12^2 = 15^2 \Rightarrow BC = 15$$

می‌دانیم هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله

است. از طرفی نقطه O بر نیمسازهای زوایای B و C واقع است، بنابراین

با توجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{array}{l} OH = OH' \\ OH = OH'' \end{array} \right\} \Rightarrow OH = \frac{1}{2} H'H'' = \frac{1}{2} AD = \frac{9}{2}$$

در نتیجه مساحت مثلث OBC برابر است با:

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} OH \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 15 = \frac{135}{4} = 33 \frac{3}{4}$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

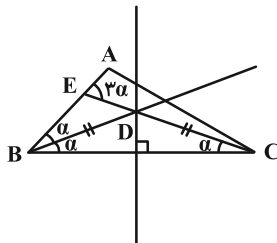
(روح‌الله حسینی)

۵۳- گزینه «۲»

فرض کنیم $\hat{B} = 2\alpha$ ، بنابراین $\hat{D}BC = \alpha$. چون نقطه D روی

عمودمنصف ضلع BC است پس $BD = DC$ و مثلث BDC

متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\hat{D}CB = \hat{D}BC = \alpha$.



از طرفی در مثلث BEC زاویه خارجی $\hat{A}EC$ برابر مجموع دو زاویه

داخلی غیرمجاور است، یعنی: $\hat{A}EC = \hat{B} + \hat{D}CB = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$

چون $\hat{A}EC = 78^\circ$ ، پس: $3\alpha = 78^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{78^\circ}{3} = 26^\circ$

بنابراین: $\hat{B} = 2\alpha = 2 \times 26^\circ = 52^\circ$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

(امیرمسین ابومیبوب)

۵۴- گزینه «۱»

برای رسم متوازی‌الاضلاع ABCD به طول قطرهای ۴ و ۷، ابتدا یکی از

قطرهای آن، مثلاً قطر بزرگ‌تر (پاره‌خط AC به طول ۷) را رسم می‌کنیم.

برای ادامه رسم متوازی‌الاضلاع، به نقطه وسط پاره‌خط AC نیاز داریم که

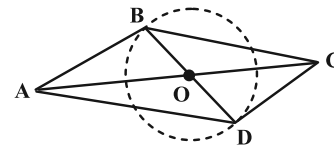
برای این کار کافی است به کمک خط‌کش و پرگار، عمودمنصف

پاره‌خط AC را رسم کنیم و محل تلاقی آن با پاره‌خط AC را O می‌نامیم.

حال به مرکز O و شعاع ۲، دایره‌ای رسم می‌کنیم و یکی از قطرهای دلخواه

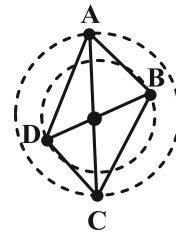
آن (که هم‌خط با AC نیست) را در نظر گرفته و دو سر آن را B و D

می‌نامیم. در انتها نقاط B و D را به A و C وصل می‌کنیم.



توجه: البته می‌توان دو دایره هم‌مرکز، یکی به شعاع $r_1 = \frac{4}{2} = 2$ و دیگری به شعاع $r_2 = \frac{3}{2} = 1.5$ رسم کرد و از هر کدام از این دو دایره، قطری دلخواه و

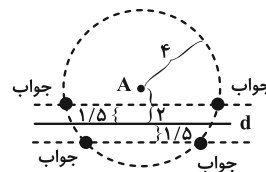
غیر هم‌خط با یکدیگر در نظر بگیریم:



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ شماره تمرین ۱ صفحه ۱۵)

گزینه «۴» -۵۵

مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۴ واحد هستند، یک دایره به مرکز A و شعاع ۴ واحد می‌باشد؛ همچنین مجموعه نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۱/۵ واحد هستند، دو خط موازی با d و به فاصله ۱/۵ واحد از آن و در دو طرف آن می‌باشند. محل برخورد نقاط این دو مجموعه (یعنی دایره و دو خط موازی) جواب سوال است. مطابق شکل ۴ نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۴ و از خط d به فاصله ۱/۵ است.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

گزینه «۲» -۵۶

بررسی گزینه‌ها:
(۱) نقطه برخورد نیمسازها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، نه از سه رأس مثلث!

(۲) در اثبات هم‌رسی ارتفاع‌های یک مثلث از هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلثی استفاده می‌کنیم که این مثلث با رسم خطوط موازی اضلاع مثلث اولیه از هر رأس آن به دست آمده است. (صفحه ۱۹ کتاب درسی)

(۳) نقطه برخورد عمودمنصف‌های اضلاع از سه رأس مثلث به یک فاصله است، نه از سه ضلع مثلث!

(۴) ارتفاع متناظر با ضلع بزرگ‌تر، کوچک‌تر است از ارتفاع متناظر با ضلع کوچک‌تر.

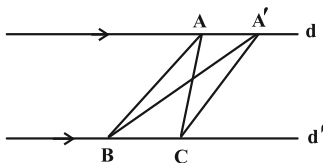
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

گزینه «۳» -۵۷

بررسی گزینه‌ها:
(عباس الهی)

(۱) مثال نقض برای عکس این قضیه، یک متوازی‌الاضلاع با طول اضلاع متمایز ۳ و ۵ است.

(۲) مثال نقض برای عکس این قضیه، دو مثلث با اندازه ارتفاع و قاعده‌های نظیر $(a_1 = 4, h_1 = 3)$ و $(a_2 = 6, h_2 = 2)$ هستند که هر دو مساحت یکسان و برابر دارند ولی هم‌نهشت نیستند؛ یا به عنوان مثال دیگر در شکل زیر که هر دو مثلث ABC و A'BC دارای مساحت برابرند ولی غیرهم‌نهشت‌اند.



(۳) عکس این قضیه درست است، پس آن را می‌توان به صورت قضیه دوشروطی زیر نوشت:

«یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است، اگر و تنها اگر، قطرهای آن یکدیگر را نصف کنند.»

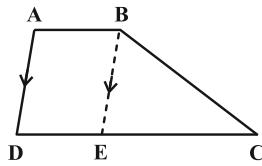
(۴) مثال نقض برای عکس این قضیه، دوزنقه متساوی‌الساقین است که اندازه قطرهایش با هم برابرند ولی مستطیل نیست.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

گزینه «۳» -۵۸

در دو مثلث ABC و ADC نامساوی مثلثی می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 4 + (x - 2) > x \\ 4 + x > x - 2 \Rightarrow x > 3 \\ x + (x - 2) > 4 \end{cases}$$

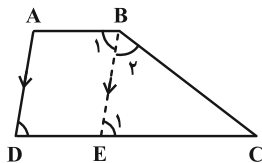


$$BE + EC > BC \xrightarrow{+DE} \overline{BE} + \overbrace{(EC + DE)}^{CD} > BC + \overline{DE}$$

$$\Rightarrow AD + CD > AB + BC \quad (\text{گزینه «۳»})$$

به طریق مشابه اگر نامساوی مثلثی $BC + CE > BE$ را بنویسیم به

نامساوی گزینه «۴» می‌رسیم. همچنین با توجه به فرض، در این شکل داریم:



$$\begin{cases} AB + BC > CD \\ CD = CE + DE \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB + BC > CE + \overline{DE} \Rightarrow BC > CE$$

در مثلث BEC، چون $BC > CE$ ، پس $\hat{E}_1 > \hat{B}_1$. واضح است

$$\text{که } \hat{E}_1 = \hat{D} = \hat{B}_1 \text{ پس می‌توان نوشت:}$$

$$\hat{D} > \hat{B}_1 \Rightarrow \hat{D} > \hat{B} - \hat{B}_1 \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{D}} 2\hat{D} > \hat{B} \quad (\text{گزینه «۱»})$$

تنها رابطه گزینه «۲» نتیجه‌گیری نمی‌شود.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

$$\begin{cases} x + (x+6) > 3x-1 \\ x + (3x-1) > x+6 \\ (x+6) + (3x-1) > x \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{3} < x < 7$$

پس محدوده $3 < x < 7$ قابل قبول است و x می‌تواند اعداد صحیح ۴، ۵ و ۶ باشد.

۶ باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه ۲۷)

۵۹- گزینه «۴»

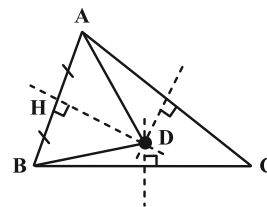
(مهررادر ملونری)

می‌دانیم عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC در یک نقطه هم‌رس‌اند، که

این نقطه هم‌رسی از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس مطابق شکل و

$$AD = DC = 10$$

فرض سوال داریم:



$$AH = \frac{AB}{2} = 4\sqrt{5}$$

از طرفی:

در مثلث قائم‌الزاویه AHD قضیه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$AD^2 = AH^2 + DH^2$$

$$\Rightarrow DH^2 = (10)^2 - (4\sqrt{5})^2 = 100 - 80 = 20 \Rightarrow DH = 2\sqrt{5}$$

در نتیجه مساحت مثلث ABD برابر است با:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times DH = \frac{1}{2} (8\sqrt{5})(2\sqrt{5}) = 40$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۶۰- گزینه «۲»

(مهررادر ملونری)

گزینه‌های «۳» و «۴» همواره برقرارند و به رابطه $AB + BC > CD$

مربوط نیست. کافی است از رأس B خطی موازی ساق AD رسم کنیم تا

قاعده CD را در نقطه E قطع کند. چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع

است. در مثلث BEC نامساوی مثلثی را می‌نویسیم:



ریاضیات گسسته

۶۱- گزینه «۳»

(پوریا صادقیان)

اگر x و y را به ترتیب تعداد اسکناس‌های ۵ هزاری و ۲ هزاری فرض کنیم، آنگاه می‌توان گفت:

$$5x + 2y = 32 \Rightarrow 5x \equiv 32 \equiv 0 \pmod{(2,5)=1} \Rightarrow x \equiv 0$$

$$\Rightarrow x = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جای‌گذاری در معادله $\rightarrow 5(2k) + 2y = 32$

$$\Rightarrow y = -5k + 16 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

فقط به ازای $k = 0, 1, 2, 3$ جواب‌ها نامنفی هستند. لذا چهار روش امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

(مشابه مثال صفحه ۲۷ و تمرین ۱۳ صفحه ۲۹ کتاب درسی)

۶۲- گزینه «۱»

(رسول ماهی‌زاده)

مطابق فرض داریم:

$$\begin{cases} 7x + 12y = 16 \Rightarrow 7x \equiv 16 \equiv 28 \pmod{(7,12)=1} \xrightarrow{+7} x \equiv 4 \\ 3x + 8z = 52 \Rightarrow 3x \equiv 52 \equiv 6 \pmod{(3,8)=1} \xrightarrow{+3} x \equiv 20 \equiv 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{|12,8|=24} x \equiv 4 \Rightarrow x = 24k + 4$$

کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی به فرم $24k + 4$ به ازای $k = 4$ به دست می‌آید که برابر عدد ۱۰۰ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۶۳- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)

طبق فرض داریم:

$$51x + 136y = 1 \xrightarrow{+17} 3x + 8y = 1$$

$$\Rightarrow 8y \equiv 1 \Rightarrow -y \equiv 1 \Rightarrow y \equiv -1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow y = 3k + 2$$

مقدار y را در معادله سیاله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3x + 8(3k + 2) = 1 \Rightarrow 3x + 24k + 16 = 1$$

$$\Rightarrow 3x = -24k - 15 \xrightarrow{+3} x = -8k - 5$$

حال شرط داده شده را بررسی می‌کنیم:

$$100 \leq y - x \leq 500 \Rightarrow 100 \leq 11k + 7 \leq 500$$

$$\Rightarrow 93 \leq 11k \leq 493 \Rightarrow 9 \leq k \leq 44$$

تعداد k های مطلوب برابر است با:

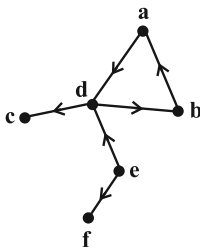
$$44 - 9 + 1 = 36$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۶۴- گزینه «۳»

(رسول ماهی‌زاده)

رأس d در چهار تا از زوج مرتب‌ها ظاهر شده است، بنابراین بدون در نظر گرفتن جهت‌ها، درجه رأس d باید ۴ باشد که در گزینه‌های (۱) و (۴)، رأس از درجه ۴ (بدون در نظر گرفتن جهت) وجود ندارد. رأسی که فقط یک بار به کار رفته و با رأس d در ارتباط است، رأس c می‌باشد که زوج مرتب (d, c) را تشکیل داده‌اند که نشانگر آن است که از رأس d به سمت رأس c یال جهت‌دار وجود دارد که این ترسیم در گزینه «۳» رعایت شده است و نام‌گذاری به شکل زیر است:



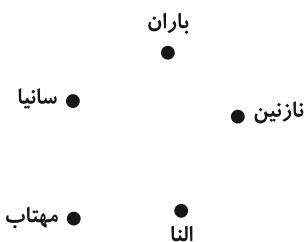
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳۴ کتاب درسی)

۶۵- گزینه «۲»

(نرگس کارگر)

هر کدام از افراد را رئوس یک گراف ساده در نظر می‌گیریم که در صورت بودن در فهرست دوستان با یک یال به هم وصل می‌شوند.



تعداد کل یال‌ها $\binom{6}{2} = 15$ خواهد بود. برای باران کلاً ۴ یال می‌توانیم

داشته باشیم اما در صورت سوال بیان شده که باران ۳ نفر را در لیست دارد

که مهتاب یکی از آنهاست در نتیجه $\binom{4-1}{3-1} = 3$ حالت برای دو یال

متصل به باران وجود دارد و ۶ یال باقی‌مانده، هر کدام ۲ حالت دارند. در

$$3 \times 2^6 = 3 \times 64 = 192$$

نتیجه تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

(مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۴۲ کتاب درسی)



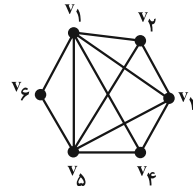
۶۶- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

شرط وجود جواب معادله سیاله $ix + jy = 5$ در \mathbb{Z} به صورت زیر است:

$$(i, j) | 5$$

در نتیجه نمودار گراف به صورت زیر می‌شود که $q = 11$ یال دارد.



در نتیجه:

$$\sum_{i=1}^6 |N_G[v_i]| = 2q + p = 22 + 6 = 28$$

توجه:

$$\sum_{i=1}^p |N_G[v_i]| = \sum_{i=1}^p (|N_G(v_i)| + 1)$$

$$= \sum_{i=1}^p |N_G(v_i)| + \sum_{i=1}^p (1) = \left(\sum_{i=1}^p \deg v_i\right) + p = 2q + p$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۶)

۶۷- گزینه «۴»

(سیرممد رضا حسینی فرد)

اگر مرتبه و اندازه گراف G را p و q بگیریم، آنگاه طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} q - 5 = \frac{4p}{2} \\ q + 7 = \frac{p(p-1)}{2} \end{cases} \Rightarrow 12 = \frac{p(p-1)}{2} - \frac{4p}{2}$$

$$\Rightarrow p^2 - 5p - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 8 \\ p = -3 \end{cases} \text{ غ ق}$$

بنابراین در گراف G داریم $p = 8$ و $q = 21$ و در نتیجه $p + q = 29$.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۶۸- گزینه «۱»

(ممد شاه‌ممدی)

$$p + q = 78 \xrightarrow{q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2}} p + \frac{p(p-1)}{2} = 78 \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow 2p + p^2 - p - 156 = 0 \Rightarrow p^2 + p - 156 = 0$$

$$\Rightarrow (p+13)(p-12) = 0 \xrightarrow{p>0} p = 12, q = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

اگر فقط یک رأس این گراف کامل را ایزوله (تنها) کنیم، با حداقل تعداد یال حذف شده، دو گراف کامل K_{11} و K_1 خواهیم داشت. لذا برای این کار لازم است حداقل ۱۱ یال برداریم.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۶۹- گزینه «۱»

(رسول حاجی‌زاده)

معادله $20 = 2p + q$ در مجموعه اعداد طبیعی شش جواب دارد:

$$(p, q) = (1, 17) \text{ یا } (2, 14) \text{ یا } (3, 11) \text{ یا } (4, 8) \text{ یا } (5, 5) \text{ یا } (6, 2)$$

به ازای $p \leq 4$ ، با اندازه‌های نوشته شده، گراف ساده‌ای وجود ندارد.

گراف P_6 زیرگرافی که در آن هم p برابر ۵ باشد و هم q ندارد. بنابراین

فقط $p = 6$ و $q = 2$ جواب است که تعداد این زیرگراف‌ها برابر ۱۰

است. کافی است تمام رئوس P_6 را انتخاب کرده و از ۵ یال آن، دقیقاً ۲ یال

دلخواه را انتخاب کنیم که به $\binom{5}{2}$ یعنی ۱۰ طریق امکان‌پذیر است.

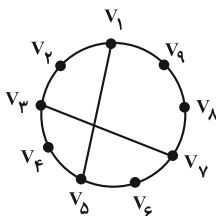
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۷۰- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

براساس نتیجه تمرین ۱۲ صفحه ۴۲ کتاب درسی، شکل گراف مدنظر در

سوال به صورت زیر است:



که مشاهده می‌کنیم باید حداقل ۲ یال را از رأسی مثل v_8 جدا کنیم تا

گراف ناهمبند شود. مسیرهای به طول ۲ در این گراف عبارتند از:

(تعداد مسیرهای به طول ۲ در C_9)

$$+ 9 + 8 = 17 = \text{تعداد مسیرهای به طول ۲ با وجود یکی از قطرهای}$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۴۲)



آمار و احتمال

۷۱- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

ارزش گزاره شرطی فوق زمانی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن

$$\underbrace{(p \Leftrightarrow (r \vee s))}_{\text{نادرست}} \Rightarrow \underbrace{(p \vee q)}_{\text{درست}}$$

نادرست باشد:

از نادرست بودن $p \vee q$ نیز نتیجه می‌گیریم که p و q هر دو نادرست‌اند.

از درست بودن $(r \vee s) \Leftrightarrow p$ و نادرست بودن p نتیجه می‌شود که

گزاره $r \vee s$ نادرست است، یعنی r و s هر دو نادرست‌اند.

داریم $F \equiv p \wedge q$ و در بین گزاره‌های داده شده، تنها ارزش $S \wedge r$

نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۷۲- گزینه «۴»

(رسول مابجی‌زاده)

راه‌حل اول: با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌ها، هم‌ارزی داده شده فقط

در سطر چهارم محقق می‌شود که در آن $F \equiv p \equiv q$ و در

نتیجه $q \wedge \sim p \sim$ ارزش درستی پیدا می‌کند.

p	q	~p	~q	p ∨ q	سمت چپ	~p ∨ q	سمت راست
T	T	F	F	T	F	T	T
T	F	F	T	T	T	F	F
F	T	T	F	T	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T	T

راه‌حل دوم: استفاده از جبر گزاره‌ها:

$$(p \vee q) \Rightarrow \sim q \equiv p \Rightarrow (\sim p \vee q)$$

$$\underbrace{\sim(p \vee q)}_{(\sim p \wedge \sim q)} \vee \sim q \equiv p \vee (\sim p \vee q)$$

$$\xrightarrow{\text{جذب}} \sim q \equiv \sim p \vee q \xrightarrow{q \wedge} q \wedge \sim q \equiv q \wedge (\sim p \vee q)$$

$$\xrightarrow{\text{جذب}} F \equiv q$$

$$\sim q \equiv \sim p \vee q \Rightarrow T \equiv \sim p \vee F \Rightarrow \sim p \equiv T \Rightarrow p \equiv F$$

$$\Rightarrow \sim p \wedge \sim q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

(روح‌اله حسینی)

۷۳- گزینه «۳»

با استفاده از گزاره‌های هم‌ارز، ابتدا گزاره هم‌ارز $p \wedge (p \Leftrightarrow q)$ را می‌یابیم:

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge p \equiv ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \wedge p$$

$$\equiv ((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)) \wedge p$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge ((\sim q \vee p) \wedge p) \xrightarrow{\text{جذب}} \equiv (\sim p \vee q) \wedge p$$

$$\equiv (\sim p \wedge p) \vee (q \wedge p) \equiv F \vee (q \wedge p) \equiv p \wedge q$$

$$\sim [((p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim p] \equiv \sim [(p \wedge q) \Rightarrow \sim p] \quad \text{بنابراین:}$$

$$\equiv \sim [(\sim(p \wedge q) \vee \sim p)] \equiv (p \wedge q) \wedge p \equiv p \wedge q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)



۷۴- گزینه «۲»

(ترکس کارگر)

می‌دانیم عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ گزاره $\sim p \Rightarrow \sim q$ است. در نتیجه

عکس نقیض گزاره مورد نظر برابر است با:

$$\sim (p \vee q) \Rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۷ و ۸)

۷۵- گزینه «۴»

(رسول مابجی زاده)

برای حداکثر شدن $\Delta m - n$ باید m حداکثر و n حداقل باشد. برای

درست شدن ارزش گزاره اول، حداکثر مقدار m برابر ۴ است

زیرا $5^2 - 23$ کمتر از صفر نیست. کوچک‌ترین عدد طبیعی که به جای x

بتوان قرار داد تا $\frac{7x+2}{11}$ عددی طبیعی شود برابر $n = 6$ است. بنابراین:

$$(\Delta m - n)_{\max} = 5 \times 4 - 6 = 14$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۷۶- گزینه «۳»

(روح‌اله حسینی)

برای هر عدد حقیقی مثبت t داریم:

$$(t-1)^2 \geq 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 \geq 0 \Rightarrow t^2 + 1 \geq 2t$$

$$\xrightarrow{+t > 0} t + \frac{1}{t} \geq 2$$

اکنون اگر قرار دهیم $t = x - 3 > 0$ آنگاه $x > 3$ و داریم:

$$x - 3 + \frac{1}{x - 3} \geq 2 \Rightarrow x + \frac{1}{x - 3} \geq 5$$

بنابراین گزاره « $\forall x \in (a, +\infty) ; x + \frac{1}{x - 3} \geq b$ » وقتی درست

است که $a \geq 3$ و $b \leq 5$ باشد، پس $m = 3$ و $n = 5$ و در

$$\text{نتیجه } m + n = 8.$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۷۷- گزینه «۲»

(عباس الهی)

با توجه به جدول داده شده از عبارت یا گزاره $p \Rightarrow q$ متوجه می‌شویم

که (q نادرست) یا (q درست و p نیز درست) بوده است ولی با توجه به

نادرست بودن گزاره $p \wedge q$ نتیجه می‌گیریم که حداقل یکی از دو گزاره p

و q نادرست بوده‌اند پس یعنی q حتماً نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) عبارت $-1 \neq \frac{6x+1}{5}$ به ازای $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ درست است و تنها به

ازای $x = -1$ برقرار نیست و لذا ارزش گزاره اول درست است.



۳) عبارت $2^{2^x} - 1$ به ازای $x = 2$ عددی مرکب است و در نتیجه به ازای

هر x طبیعی لزوماً اول نیست و لذا ارزش گزاره سوم درست است.

۴) عبارت داده شده به ازای $x = -2$ تعریف نشده است پس لزوماً به ازای

هر x حقیقی برقرار نیست و لذا ارزش گزاره چهارم درست است.

تنها گزینه «۲» باقی می‌ماند که مثلاً به ازای $x = 1$ برابر ۳ می‌شود که عضو

اعداد اول است، پس این‌طور نیست که به ازای هر x طبیعی، حاصل $2^x + 1$

متعلق به اعداد اول نباشد، پس ارزش این گزاره نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۷۸- گزینه «۱»

(روح‌اله حسینی)

مجموعه A شامل اعداد طبیعی است که ۳۶ بر آن‌ها بخش‌پذیر است. بنابراین:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

پس تعداد زیرمجموعه‌های A برابر $2^9 = 512$ است. با جای‌گذاری مقادیر

$1, 2, \dots, 10$ در عبارت $\frac{x-1}{3}$ ، می‌بینیم به ازای $x = 4, x = 7$

و $x = 10$ ، حاصل آن عددی طبیعی است پس:

پس تعداد زیرمجموعه‌های B برابر است با $2^3 = 8$. بنابراین تعداد

زیرمجموعه‌های مجموعه A ، $512 - 8 = 504$ واحد بیشتر از تعداد

زیرمجموعه‌های مجموعه B است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۷۹- گزینه «۲»

(مصطفی درباری)

فرض کنیم مجموعه A دارای n عضو باشد. در این صورت مجموعه A

دارای 2^n زیرمجموعه و همچنین 2^{n-2} زیرمجموعه شامل اعداد ۱ و ۲ است.

پس طبق فرض داریم: $2^n - 2^{n-2} = 96 \Rightarrow 2^n - 2(2^{n-2}) = 96$

$$\Rightarrow 2^{n-2} = 32 \Rightarrow n - 2 = 5 \Rightarrow n = 7$$

$P(A)$ یا مجموعه توانی A شامل $2^7 = 128$ عضو است که عضوهای آن

همگی زیرمجموعه‌های A هستند. در مجموعه $P(A)$ ، تعداد مجموعه‌های

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$
 سه عضوی برابر هستند با:

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

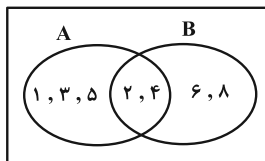
۸۰- گزینه «۱»

(سیرمهررضا حسینی فر)

با توجه به نمودار ون زیر، مجموعه C باید یک عضو از $A - B$ و یک عضو

از $B - A$ و یک عضو از $A \cap B$ داشته باشد که در این صورت تعداد

$$\binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 12$$
 حالت‌ها برابر است با:



توجه: نشان دهید که رابطه $n(A \cap C) = n(B \cap C) = m$ به ازای

مقادیر ۱، ۳ و صفر برای m برقرار نیست و فقط $m = 2$ قابل قبول است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)



فیزیک ۳

گزینه «۴» ۸۱-

(مسعود فخرانی)

از رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = \frac{(40)^2}{2(5)} = 160 \text{ J} \\ K_2 = \frac{(100)^2}{2(5)} = 1000 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \Delta K = 1000 - 160 = 840 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

(مکمل سوال ۶ امتحانی نهایی دی ۱۳۰۲)

گزینه «۴» ۸۲-

(ممد رضا فارمی)

از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{11}{100} K_1 \Rightarrow \frac{11}{100} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow v_2 = 0.9v_1$$

$$\Rightarrow v_2 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه تکانه و ثابت ماندن جرم می‌نویسیم:

$$\Delta p = m\Delta v = m(v_2 - v_1) = (75 \text{ kg}) \times (18 - 20) \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

$$= -150 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

گزینه «۲» ۸۳-

(علیرضا جباری)

رابطه نیروی متوسط و تغییر تکانه را برای جسم می‌نویسیم و تکانه آن را در

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 1/5 \vec{i} - 2 \vec{j} = \frac{\vec{p}_2 - (6 \vec{i} + 3 \vec{j})}{4} \Rightarrow 6 \vec{i} - 8 \vec{j} = \vec{p}_2 - (6 \vec{i} + 3 \vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{p}_2 = 12 \vec{i} - 5 \vec{j}$$

اندازه \vec{p}_2 را محاسبه می‌کنیم و سپس با معلوم بودن جرم جسم می‌توانیم تندی آن را در حالت دوم پیدا کنیم:

$$p_2 = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$p_2 = mv_2 \Rightarrow 13 = 1/3 v_2 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(مکمل مثال ۲-۱۲ صفحه ۳۸ کتاب درسی)

گزینه «۴» ۸۴-

(مهرداد فابی)

با توجه به رابطه $p = mv$ ، شیب خط در نمودار $p - v$ برابر جرم جسم

$$m = \frac{0/9}{0/0.5} = 18 \text{ kg}$$

است. پس:

اکنون با استفاده از رابطه انرژی جنبشی، میتوان v_1 و v_2 را محاسبه نمود.

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 3/24 = \frac{1}{2} \times 18 \times v_1^2 \Rightarrow v_1 = 0/6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 5/76 = \frac{1}{2} \times 18 \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = 0/8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$v_2 - v_1 = 0/8 - 0/6 = 0/2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

گزینه «۱» ۸۵-

(رحمت‌اله خیراله؛ زاده سماکوش)

برای حل این سوال با نوشتن یک تناسب از رابطه $F = F_{net} = \frac{mv^2}{r}$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{mv_2^2}{r_2}}{\frac{mv_1^2}{r_1}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1/2 v_1}{v_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{2r_1}\right) \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

(توجه کنید که جرم متحرک در هر دو حالت برابر است.)

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه ۵۲)

(مرتبط با رابطه ۲-۱۳ صفحه ۵۳ کتاب درسی)

گزینه «۲» ۸۶-

(مهرداد فابی)

ابتدا اندازه تغییرات سرعت متحرک را به دست می‌آوریم. چون بردارهای \vec{v}_1 و \vec{v}_2 بر هم عمودند، برای به دست آوردن اندازه بردار تغییرات سرعت می‌توان از رابطه فیثاغورس استفاده کرد:

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال باید زمان حرکت متحرک را از A تا B به دست آوریم. مسافتی که

متحرک در این مدت زمان طی می‌کند برابر $\frac{1}{4}$ محیط دایره است. بنابراین داریم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow 30 = \frac{2\pi \times 10}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\pi=3} T = 2\text{s}$$

یک دور کامل ۲s زمان می‌خواهد. در نتیجه یک چهارم

$$\text{دور } \Delta t = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \text{ s}$$

دور $\Delta t = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \text{ s}$ زمان می‌خواهد.



در نهایت با مشخص بودن $|\Delta \vec{v}|$ و Δt ، می‌توانیم اندازه شتاب متوسط

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{30\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 60\sqrt{2} \frac{m}{s^2}$$

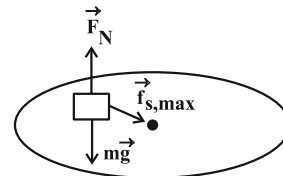
حرکت را به دست آوریم:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۸۷- گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به شکل، نیروی اصطکاک ایستایی بین سکه و صفحه دوار، نقش نیروی مرکزگرا را بازی می‌کند و حداکثر سرعت چرخش صفحه دوار برای نلغزیدن سکه وقتی است که سکه در آستانه لغزش باشد. بنابراین نیروی خالص (F_{net}) وارد بر سکه، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است.



$$F_{net} = ma \Rightarrow f_{s,max} = m \frac{v^2}{r} \quad f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \rightarrow$$

$$\mu_s mg = m \frac{v^2}{r} \quad \mu_s = 0.2, g = \pi^2 \rightarrow 0.2 \times \pi^2 = \frac{v^2}{0.2}$$

$$\Rightarrow v = 0.2\pi \frac{m}{s}$$

حال می‌توان دوره چرخش صفحه دوار را محاسبه کرد:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \frac{r=0.2m}{v=0.2\pi} \rightarrow T = \frac{2\pi \times 0.2}{0.2\pi} = 2s$$

یک دور چرخش در زمان T انجام می‌شود. بنابراین تعداد دور در یک دقیقه (۶۰s) برابر است با:

$$rpm = \frac{1 \text{ دور}}{T(s)} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ دور}}{2s} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = 30 \frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

۸۸- گزینه «۲»

(مهدی کاظم منشاری)

$$W = G \frac{M_e m}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{25} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{R_e}{R_e + x} \Rightarrow 3R_e + 3x = 5R_e \Rightarrow x = \frac{2}{3}R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(مشابه سوال ۸ امتحان نوبتی فرورد ۱۴۰۳)

۸۹- گزینه «۲»

(مهدی رضا نصیری)

$$g' = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600}\right)^2 = \left(\frac{6400}{8000}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{64}{100} \Rightarrow g' = \frac{6}{4} \frac{m}{s^2} = a_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow 6/4 = \frac{v^2}{(6400 + 1600) \times 10^3}$$

$$\Rightarrow 6/4 \times 8000 \times 10^3 = v^2 \Rightarrow v^2 = 64 \times 8 \times 10^5$$

$$\Rightarrow v = 3200 \sqrt{5} \frac{m}{s} = 3/2 \sqrt{5} \frac{km}{s} = \frac{16}{\sqrt{5}} \frac{km}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

۹۰- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ زیرا:

$$g = G \frac{M}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2}\right)^2 \quad \frac{h_1=0}{h_2=R_e} \rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{4}$$

ب) درست

پ) نادرست؛ دوره گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با جذر مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۹۱- گزینه «۲»

(ابوالفضل نکومنش نژاد)

در نوسان هماهنگ ساده اگر بیشینه و کمینه طول فنر به ترتیب برابر با L_{min} و L_{max} باشد، داریم:

$$A = \frac{L_{max} - L_{min}}{2} = \frac{120 - 80}{2} = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \frac{k=6 \frac{N}{cm} = 600 \frac{N}{m}}{m=1200 \text{ g} = 1.2 \text{ kg}} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{600}{1.2}} = 10\sqrt{5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_{max} = A\omega$$

حال با داشتن A و ω می‌توان به جواب رسید:

$$v_{max} = 0.2 \times 10\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ و ۶۷)



۹۲- گزینه «۲»

(رسمت اله فیراله زاده سماکوش)

هنگامی که بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد، متحرک از نقطه تعادل نوسان عبور کرده و اندازه کمیت های تندی، تکانه و انرژی جنبشی آن بیشینه بوده و پس از این لحظه کاهش می یابند تا در دو انتهای مسیر به صفر برسند.
(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۳ تا ۶۷)

۹۳- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

کمترین زمان لازم بین دو تغییر جهت متوالی، نصف دوره تناوب است:

$$\frac{T}{2} = 2 \Rightarrow T = 4s$$

تعداد نوسانات کامل ذره برابر است با:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{t=2 \times 60 = 120s}{T=4s} \Rightarrow N = \frac{120}{4} = 30$$

نوسان کامل ۳۰، ذره دو بار طول پاره خط نوسان را طی می کند:

$$N' = 2N = 2 \times 30 = 60$$

یعنی ۶۰ بار طول پاره خط را طی می کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۹۴- گزینه «۴»

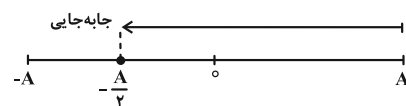
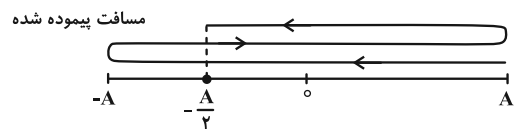
(ممد رضا نصیری)

ابتدا مدت زمان داده شده را بر حسب دوره تناوب نوسانگر می یابیم:

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \frac{2\pi}{T} t \\ x &= 0.03 \cos \frac{4\pi}{3} t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} A = 0.03m = 3cm \\ T = \frac{3}{2}s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 2s = T + \left(\frac{T}{3}\right) = T + \left(\frac{T}{4} + \frac{T}{12}\right)$$

حال مسیر نوسان نوسانگر را مشخص کرده و با داشتن جابه جایی و مسافت طی شده، نسبت خواسته شده را می یابیم:



$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه جایی}} = \frac{5A + \frac{A}{2}}{A + \frac{A}{2}} = \frac{\frac{11}{2}A}{\frac{3}{2}A} = \frac{11}{3}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۹۵- گزینه «۱»

(ابوالفضل نگوینش نژاد)

می دانیم نوسانگر در هر دوره نوسان (T) مسافت ۴A را طی می کند. پس می توان نوشت:

$$\ell = 4A \xrightarrow{\ell=120cm} 120 = 4A \Rightarrow A = 30cm = 0.3m$$

با استفاده از نمودار داده شده متوجه می شویم که در محل تقاطع دو نمودار، $K = U = 75J$ می باشد. پس:

$$\begin{cases} E = K + U = 150J \\ E = K_{max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 150 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m A^2 \omega^2 = 300$$

نیروی وارد بر نوسانگر در لحظه تغییر جهت بردار تکانه،

$$F_{max} = kA = mA\omega^2 \text{ است. پس می توان نوشت:}$$

$$\begin{cases} m A^2 \omega^2 = 300 \\ A = 0.3 \end{cases} \Rightarrow \frac{m A^2 \omega^2}{A} = \frac{300}{0.3}$$

$$\Rightarrow m A \omega^2 = 1000 \xrightarrow{F_{max} = mA\omega^2} F_{max} = 1000N$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۲ تا ۶۷)

۹۶- گزینه «۳»

(رسمت اله فیراله زاده سماکوش)

مرحله اول، محاسبه انرژی مکانیکی:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 200 \times (0.04)^2 = 0.16J$$

مرحله دوم: محاسبه انرژی جنبشی:

$$E = K + U \Rightarrow 0.16 = K + 0.12 \Rightarrow K = 0.04J$$

مرحله سوم: محاسبه تندی حرکت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 0.04 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times v^2 \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

مرحله چهارم: محاسبه اندازه تکانه:

$$p = mv \Rightarrow p = 5 \times 10^{-3} \times 4 = 0.02 \frac{kg \cdot m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۶ و ۶۷)

۹۷- گزینه «۳»

(ممد کاظم منشاری)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ 5 = 2\pi \sqrt{\frac{m+2}{k}} \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{5} = \sqrt{\frac{m}{m+2}}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = \frac{m}{m+2} \Rightarrow 16m + 32 = 25m \Rightarrow m = \frac{32}{9} kg$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۶۵)

(مشابه پرسش ۲ آذر فصل صفحه ۱۵ کتاب درسی)



۹۸- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

برای محاسبه انرژی مکانیکی نوسانگر، ابتدا باید بسامد زاویه‌ای نوسانگر را محاسبه کنیم که برای این منظور باید تغییر فاز نوسانگر را در بازه زمانی t_1

تا t_2 به دست آوریم؛ (منظور از فاز، $\Phi = \frac{2\pi}{T} t$ است.)

$$x_1 = A \cos \Phi_1 \xrightarrow[A=4 \text{ cm}]{x_1 = -2\sqrt{3} \text{ cm}} -2\sqrt{3} = 4 \cos \Phi_1$$

$$\cos \Phi_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Phi_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$x_2 = A \cos \Phi_2 \xrightarrow[A=4 \text{ cm}]{x_2 = 2 \text{ cm}} 2 = 4 \cos \Phi_2$$

$$\Rightarrow \cos \Phi_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \Phi_2 = 2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$$

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{7\pi}{3} - \frac{5\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

حال می‌توانیم بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست آوریم:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{T} \Delta t = \omega \Delta t \xrightarrow[\Delta t = 0.6 \text{ s}]{\Delta\Phi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}} \frac{3\pi}{2} = \omega \times 0.6$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{\Delta\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}$$

اکنون می‌توان انرژی مکانیکی نوسانگر را محاسبه کرد:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow[A=0.04 \text{ m}, \omega = \frac{\Delta\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}]{m=200 \text{ g}=0.2 \text{ kg}, \pi^2=10}$$

$$E = \frac{1}{2} \times (0.2) \times \left(\frac{4}{100}\right)^2 \times \left(\frac{\Delta\pi}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \times \frac{2}{100} \times \frac{16}{10000} \times \frac{25}{4} \times 10 = \frac{1}{100} \text{ J} = 10 \text{ mJ}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۹۹- گزینه «۱»

(معدی شریفی)

با توجه به رابطه تکانه داریم:

$$P_{\max} = m v_{\max}$$

$$4 \times 10^{-3} = 10^{-1} \times v_{\max} \Rightarrow v_{\max} = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق رابطه سرعت بیشینه و بسامد زاویه‌ای در آونگ داریم:

$$\left. \begin{aligned} v_{\max} &= A\omega \\ \omega &= \sqrt{\frac{g}{L}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{\max} = A\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = A\sqrt{\frac{10}{0.4}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-2} = \Delta A \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow A = 0.08 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۰۰- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

با داشتن دوره هر یک از آونگ‌ها، طول هر آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} \xrightarrow[g=\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}]{T_1=0.9 \text{ s}} 0.9 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{\pi^2}}$$

$$\Rightarrow l_1 = \frac{0.81}{4} \text{ m}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} \xrightarrow[g=\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}]{T_2=1/2 \text{ s}} 1/2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{\pi^2}}$$

$$\Rightarrow l_2 = \frac{1/44}{4} \text{ m}$$

حال می‌توانیم دوره آونگ به طول $l = l_1 + l_2$ را به دست آوریم:

$$l = l_1 + l_2 = \frac{0.81}{4} + \frac{1/44}{4} = \frac{2/25}{4} \text{ m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow[g=\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}]{l = \frac{2/25}{4} \text{ m}} T = 2\pi \sqrt{\frac{2/25}{\pi^2}} = 1/5 \text{ s}$$

نکته: اگر دو آونگ به طول‌های l_1 و l_2 و دوره تناوب‌های T_1 و T_2 داشته

باشیم، دوره آونگ به طول $l_1 + l_2$ از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

حل تست با استفاده از نکته فوق:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \xrightarrow[T_2=1/2 \text{ s}]{T_1=0.9 \text{ s}} T = \sqrt{0.9^2 + 1/2^2} = 1/5 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(مکمل سوال ۱۲ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲)



فیزیک ۲

گزینه ۱

(مدرس رضا فارمی)

با توجه به جدول سری الکتربسته مالشی، پس از مالش تکه چوب با کاغذ، تکه چوب دارای بار منفی و کاغذ دارای بار مثبت می شود و با نزدیک کردن تکه چوب به الکتروسکوپ، بارهای منفی را به سمت ورقه های آن هدایت می کند که باعث می شود کلاهک الکتروسکوپ دارای بار مثبت و ورقه های آن دارای بار منفی می شود.

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲ تا ۴)

گزینه ۲

(علیرضا بیاری)

وقتی گلوله دوم را درون لوله می اندازیم با گلوله اول تماس پیدا می کند. سپس هر دو گلوله بار هم نام پیدا می کنند و از هم دور می شوند تا در فاصله r از یکدیگر به حال تعادل قرار گیرند. بار الکتریکی هر گلوله را بعد از تماس پیدا می کنیم:

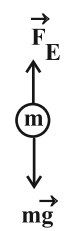
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{15 + (-35)}{2} = -10 \mu C$$

برای آن که گلوله بالایی به صورت معلق در حال تعادل بماند باید نیروی وزن آن $(m\vec{g})$ که رو به پایین است با نیروی الکتریکی وارد بر آن (\vec{F}_E) که رو به بالا است، هم اندازه باشند و اثر یکدیگر را خنثی کنند.

$$F_E = mg \Rightarrow k \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{r^2} = 40 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{9 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-1}} \Rightarrow r = \frac{3}{2} m$$

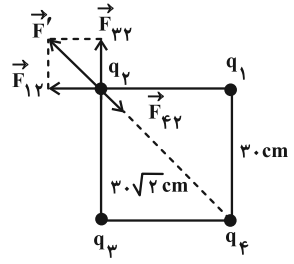


(فیزیک ۲ - صفحه های ۲ تا ۱۰)

گزینه ۴

(مهران اسماعیلی)

با توجه به شکل برابند F_{12} و F_{21} با F_{23} هم راستا هستند. با استفاده از قانون کولن $F_{12} = F_{21}$ را به دست می آوریم. توجه داشته باشیم، در رابطه قانون کولن اگر بارها بر حسب μC و فاصله بین دو بار بر حسب سانتی متر باشد می توان رابطه را به شکل زیر نوشته و نیروی بین دو بار را بر حسب نیوتون محاسبه کرد:



$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 90 \times \frac{|q_1 (\mu C) \times q_2 (\mu C)|}{r^2 (\text{cm}^2)}$$

$$F_{12} = F_{21} = 90 \times \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \rightarrow \frac{q_1 = q_2 = 10 \mu C}{r_{12} = 30 \text{ cm}}$$

$$F_{12} = F_{21} = 90 \times \frac{10 \times 10}{(30)^2} = 10 N$$

$$F' = \sqrt{F_{12}^2 + F_{21}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} N$$

$$\frac{\sqrt{2} = 1.4}{\rightarrow} F' = 14 N$$

توجه داشته باشیم که چون اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_2 $(F_{net} = 8 N)$ کوچک تر از $F' = 14 N$ است، نیروی F_{23} و F' باید در خلاف جهت هم باشند؛ بنابراین علامت بار q_4 باید منفی باشد.

$$F_{net} = F' - F_{23} \rightarrow \frac{F_{net} = 8 N}{F' = 14 N} \rightarrow 8 = 14 - F_{23} \Rightarrow F_{23} = 6 N$$

اکنون می توانیم اندازه بار q_4 را به دست آوریم:

$$F_{23} = 90 \times \frac{|q_2 q_4|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{F_{23} = 6 N, q_2 = 10 \mu C}{r_{23} = 30\sqrt{2} \text{ cm}}$$

$$6 = 90 \times \frac{10 \times |q_4|}{(30\sqrt{2})^2} = 90 \times \frac{10 \times |q_4|}{1800} \Rightarrow |q_4| = 12 \mu C$$

$$\frac{q_4 < 0}{\rightarrow} q_4 = -12 \mu C$$



$$\Rightarrow q_p = -60\sqrt{2}\mu\text{C}$$

چون \vec{E}_p به سمت q_p به دست آمده، $q_p < 0$ است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

(علیرضا جباری)

گزینه «۳» - ۱۰۶

میدان الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه M به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{36 \times 10^{-9}}{(60 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 36}{36 \times 10^{-2}} = 900 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{16 \times 10^{-9}}{(40 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 16}{16 \times 10^{-2}} = 900 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

بارهای q_1 و q_2 مثبت هستند و خطوط میدان الکتریکی از آن‌ها دور می‌شود

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = \left(900 \frac{\text{N}}{\text{C}}\right) \vec{i}$$

و به طرف راست است. بنابراین داریم:

با توجه به این که میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر صفر است

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0 \Rightarrow 900\vec{i} + 900\vec{i} + \vec{E}_3 = 0$$

می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \vec{E}_3 = \left(-1800 \frac{\text{N}}{\text{C}}\right) \vec{i}$$

پس از حذف بار q_1 میدان الکتریکی در نقطه M (\vec{E}'_M) برابر است با:

$$\vec{E}'_M = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 900\vec{i} - 1800\vec{i} = \left(-900 \frac{\text{N}}{\text{C}}\right) \vec{i}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

(رحمت‌اله فیروزه‌زاده سماکوش)

گزینه «۴» - ۱۰۷

می‌دانیم کار نیروی الکتریکی بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E}

در یک جابه‌جایی مشخص برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در همان

جابه‌جایی است؛ یعنی $W_E = -\Delta U_E$ و کار انجام شده توسط نیروی

الکتریکی ثابت \vec{F}_E در طی جابه‌جایی \vec{d} از رابطه $W = F_E d \cos \theta$ به دست

می‌آید. با توجه به این که $F_E = |q| E$ است، در این صورت:

حالت دیگر این است که نیروی خالص وارد بر q_p ، ۸ نیوتون در خلاف

جهت F' شود که در این صورت $F_{pp} = 22 \text{ N}$ می‌شود، اما جواب این حالت

در گزینه‌ها نیست و همان $q_p = -12\mu\text{C}$ می‌تواند جواب مسئله باشد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(مهمرکلام منشاری)

گزینه «۳» - ۱۰۴

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ \frac{\vec{E}}{3} &= \vec{E}_1 \Rightarrow \vec{E} = 3\vec{E}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E}_2 = 2\vec{E}_1$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{4r^2} = 2 \frac{|q_1|}{25r^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{25}{8} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{25}{8}$$

چون خارج از خط واصل دو بار، میدان‌های الکتریکی هم‌جهت‌اند، دو بار هم‌علامت می‌باشد.

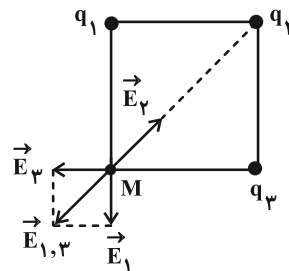
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

(مهمرکلام فارمی)

گزینه «۲» - ۱۰۵

چون می‌خواهیم E_t واقع در نقطه M صفر شود، با توجه به علامت دو

بار q_1 و q_2 داریم:



$$\left. \begin{aligned} q_1 &= q_2 \\ r_1 &= r_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 = E_2, \quad E_1 \perp E_2 \Rightarrow E_{1,2} = \sqrt{2}E_1$$

$$\Rightarrow E_{1,2} = E_2 \Rightarrow \sqrt{2}E_1 = E_2 \Rightarrow \sqrt{2} \left(\frac{k|q_1|}{r_1^2} \right) = \frac{k|q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \times \sqrt{2} |q_1| \xrightarrow{r_2 = \sqrt{2}r_1}$$

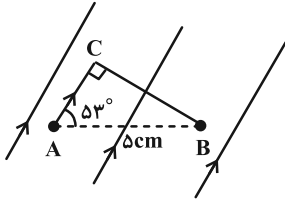
$$|q_2| = \left(\frac{\sqrt{2}r_1}{r_1} \right)^2 \times \sqrt{2} \times 30 \Rightarrow |q_2| = 60\sqrt{2}\mu\text{C}$$



۱۰۹- گزینه «۲»

(مهردار فابی)

در شکل زیر، از آنجا که B و C توسط پاره‌خطی عمود بر راستای خطوط میدان به هم وصل شده‌اند، انرژی پتانسیل بار q در این دو نقطه با هم برابر است. پس کافی است اختلاف انرژی پتانسیل الکتریکی بار در دو نقطه A و C محاسبه شود.



$$\cos 53^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow 0.6 = \frac{AC}{5} \Rightarrow AC = 3 \text{ cm}$$

از طرفی می‌دانیم انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت هنگام حرکت در جهت خطوط میدان کاهش می‌یابد.

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_B - U_A = U_C - U_A = -E |q| d \\ &= -10^4 \times 3 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-2} = -9 \times 10^{-4} \text{ J} = -0.9 \text{ mJ} \end{aligned}$$

اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-9 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-6}} = -300 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱۱۰- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی- دی ۱۴۰۱)

با استفاده از رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی، داریم:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} &= \frac{Q_A}{0.5 Q_A} \times \left(\frac{r_B}{2r_B}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(فیزیک ۲- صفحه ۲۹)

$$W_E = |q| E d \cos \theta \Rightarrow \Delta U_E = -W_E = -|q| E d \cos \theta$$

مسیر جابه‌جایی هر چه باشد، مقدار جابه‌جایی که در راستای (موازی) میدان الکتریکی انجام می‌شود ($d \cos \theta$) بر مقدار اختلاف پتانسیل دو نقطه (یا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار بین دو نقطه) مؤثر است. در این سوال جابه‌جایی در راستای میدان ($d \cos \theta$) برای هر سه مسیر (۱)، (۲) و (۳) یکسان است. پس تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q برای هر سه مسیر

$$\Delta U = -|q| E d \cos \theta = \text{یکسان}$$

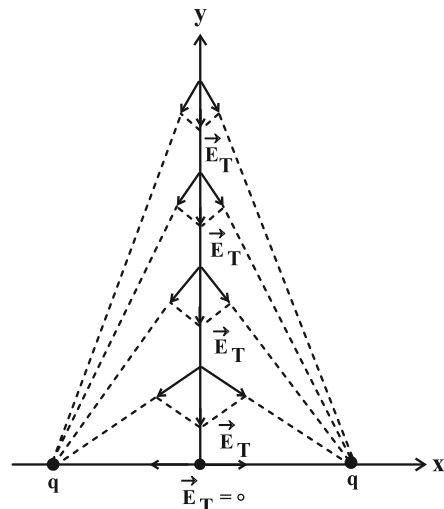
یکسان می‌باشد؛

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱۰۸- گزینه «۴»

(رسمت‌اله فیراه؛ زاره‌سماگوش)

مطابق شکل برای چند نقطه دلخواه میدان‌های الکتریکی که بارهای مشابه در آن نقاط روی محور y ایجاد می‌کنند را رسم کرده‌ایم و در هر نقطه میدان الکتریکی خالص را مشخص کرده‌ایم. ملاحظه می‌شود که در مبدأ مختصات میدان الکتریکی خالص صفر است (میدان‌ها هم‌اندازه و غیرهم‌جهت‌اند) و با دور شدن از مبدأ در جهت محور y، اندازه میدان الکتریکی خالص ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد و در فاصله دور به صفر می‌رسد.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)



فیزیک ۱

۱۱۱- گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

$$\text{روز} = \frac{2/4 \text{ m}}{80 \text{ روز}} = 0/03 \frac{\text{m}}{\text{روز}}$$

$$0/03 \frac{\text{m}}{\text{روز}} \times \frac{10^3 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ روز}}{24 \text{ h}} = 1/25 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۱۲- گزینه «۳»

(مهدکاکم منشاری)

$$[A] = \left[\frac{1}{\rho} BC^2 \right] + [DC] \Rightarrow m = [B] \times s^2 + [D] \times s$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = [B] \times s^2 \Rightarrow [B] = \frac{m}{s^2} \\ m = [D] \times s \Rightarrow [D] = \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\left[\frac{D^2}{B} \right] = \frac{[D]^2}{[B]} = \frac{\left(\frac{m}{s} \right)^2}{\frac{m}{s^2}} = \frac{m^2}{s^2} \times \frac{s^2}{m} = \frac{m^2}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۱)

۱۱۳- گزینه «۳»

(ابوالفضل نکومشینی نژاد)

حجم استوانه برابر است با:

$$V_{\text{استوانه}} = Ah = \pi r^2 h = 3(20)^2 \times 30 = 36000 \text{ cm}^3$$

شیر A در مدت ۱۸۰s ظرف را پر می‌کند، پس آهنگ خروجی آب از آن

برابر است با:

$$A \text{ از آهنگ خروجی آب} = \frac{V}{t_A} = \frac{36000}{180} = 200 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 0/2 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

پس مورد (ب) درست است.

شیر B در مدت ۳۶s ظرف را پر می‌کند، پس آهنگ خروجی آب از آن برابر

است با:

$$B \text{ از آهنگ خروجی آب} = \frac{V}{t_B} = \frac{36000}{36} = 1000 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 1 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

بنابراین آهنگ خروجی آب از شیر B، $0/8 \frac{\text{L}}{\text{s}}$ بیشتر از آهنگ خروجی آب از

شیر A است. پس مورد (ب) درست است.

$$\text{حال اگر هر دو شیر را با هم باز کنیم، آب با آهنگ} \frac{2000 + 10000}{\text{s}} = 12000 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$t = \frac{36000}{1200} = 30 \text{ s}$$

ظرف را پر می‌کند و زمان پر شدن ظرف برابر است با:

پس مورد (الف) نادرست است.

از آنجایی که سطح مقطع در طول ظرف و جریان خروجی آب شیرها ثابت

است، آهنگ افزایش ارتفاع ثابت است. پس مورد (ت) نادرست است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۱۴- گزینه «۲»

(مسعود خدرانی)

از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$h = 6000 \text{ ft} = 6000 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ in}}$$

$$\times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 18 \text{ km}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

۱۱۵- گزینه «۲»

(ابوالفضل نکومشینی نژاد)

می‌دانیم حجم استوانه از رابطه $V = \pi r^2 h$ به دست می‌آید، ابتدا شعاع قاعده

را به m و حجم استوانه را به m^3 تبدیل کرده و سپس از رابطه حجم، ارتفاع

را برحسب m به دست می‌آوریم و در نهایت به هکتومتر تبدیل می‌کنیم:

$$r = 3 \times 10^7 \text{ nm} \times \frac{10^{-9} \text{ m}}{1 \text{ nm}} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$V = 54 \times 10^{-22} \text{ Tm}^3 \times \frac{10^{26} \text{ m}^3}{1 \text{ Tm}^3} = 54 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow 54 \times 10^{-6} = 3 \times (3 \times 10^{-2})^2 h$$

$$\Rightarrow h = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \times \frac{1 \text{ hm}}{10^2 \text{ m}} = 2 \times 10^{-4} \text{ hm}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)





۱۱۶ - گزینه «۴»

(عمت اله فیراه زاده سماکوش)

ابتدا از فرمول وزن $W = mg$ ، جرم جسم را محاسبه و سپس حجم نیمکره

را به دست آورده و در نهایت با فرمول چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ ، مقدار چگالی نیم

کره را به دست می آوریم:

$$W = mg \Rightarrow 80 = m \times 10 \Rightarrow m = 8 \text{ kg} = 8 \times 10^3 \text{ g}$$

$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \times 3 \times (4)^3$$

$$= 128 \text{ cm}^3 = 128 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{8 \times 10^3}{128 \times 10^{-3}} = 0.625 \times 10^6 = 6/25 \times 10^4 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

(فیزیک ۱ - صفحه های ۱۶ و ۱۷)

۱۱۷ - گزینه «۲»

(مهمرضا نصیری)

$$\rho_{\text{فلز}} = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m}{V} \Rightarrow 5 = \frac{200}{V} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = 40 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{80}{V}$$

$$\Rightarrow V_{\text{ظاهر}} = 100 \text{ cm}^3 = V_{\text{روغن بیرون ریخته}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{خالی}} = 60 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۸ - گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

با ذوب شدن یخ، حجم آن کاهش می یابد اما جرم آن ثابت می ماند. اگر حجم

یخ اولیه را با V' و حجم آب حاصل از ذوب آن را با V نشان دهیم، داریم:

$$\Delta V = V' - V = \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}}$$

$$\frac{\Delta V = 0.12 \text{ L} = 120 \text{ cm}^3}{\rho = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow 120 = \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1}$$

$$\Rightarrow 120 = \frac{1}{9} m \Rightarrow m = 1080 \text{ g}$$

اکنون حجم یخ اولیه را حساب می کنیم:

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m}{V'} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{1080}{V'} \Rightarrow V' = 1200 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(مهردار فابی)

طبق تعریف چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$= \frac{m_1 + 2m_1 + 4m_1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{2m_1}{\rho_2} + \frac{4m_1}{\rho_4}} = \frac{7m_1}{\frac{21m_1}{\rho_1}} = \frac{1}{3} \rho_1$$

سنگین ترین مایع، مایعی است که جرم بیشتری دارد، یعنی مایع به

جرم $4m_1$ و چگالی $\frac{\rho_1}{4}$. پس چگالی مخلوط $\frac{4}{3}$ برابر چگالی سنگین ترین

$$\frac{\rho_{\text{مخلوط}}}{\rho_3} = \frac{\frac{1}{3} \rho_1}{\frac{\rho_1}{4}} = \frac{4}{3}$$

مایع است:

(فیزیک ۱ - صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(مسام تارری)

سال نوری یکی از یکاهای مرسوم برای طول در نجوم است و برابر مسافتی

است که نور در مدت یک سال در خلأ می پیماید. سایر گزینه ها طبق متن

کتاب درسی درست اند.

(فیزیک ۱ - صفحه های ۶ تا ۸، ۱۵ و ۱۷)



شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

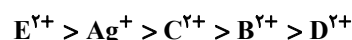
(ممنون مبنونی)

با توجه به بند I متوجه می شویم که قدرت اکسندگی یون‌های فلزات C و E از H^+ بیشتر و قدرت اکسندگی یون‌های فلزات B و D، از H^+ کمتر است.

با توجه به بند II متوجه می شویم که قدرت اکسندگی B^{2+} از D^{2+} بیشتر است.

با توجه به بند III متوجه می شویم که قدرت اکسندگی E^{2+} از Ag^+ بیشتر و قدرت اکسندگی C^{2+} از Ag^+ کمتر است.

پس مقایسه قدرت اکسندگی یون فلزات به صورت زیر می باشد:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۲۲- گزینه «۱»

(یاسر راش)

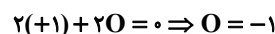
اگر برای جدا کردن فلز X از اکسیژن (یعنی کاهش اکسید آن) به یک عامل کاهنده قوی‌تر نیاز باشد، به این معنی است که پیوند بین فلز X و اکسیژن قوی‌تر است و در نتیجه، اکسید X پایدارتر از اکسید Y است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

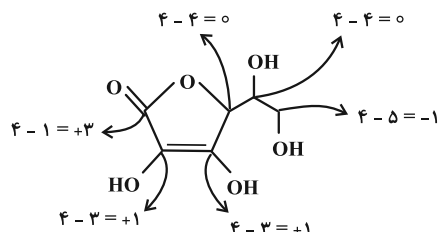
۱۲۳- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

عدد اکسایش اتم اکسیژن در ساختار هیدروژن پراکسید (H_2O_2) برابر است با:



عدد اکسایش اتم‌های کربن مختلف در ساختار زیر:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(مشابه با هم بندریشیم)

۱۲۴- گزینه «۴»

(میثا سیرسینی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ در سلول گالوانی هر دو الکترود در محلول‌های جداگانه قرار می‌گیرند و دیواره متخلخل دو محلول را از یکدیگر جدا می‌کند. ولی در سلول الکترولیتی هر دو الکترود کاتد و آند در یک محلول هستند.

(۲) درست؛ در مراحل استخراج Mg از آب دریا ابتدا یک محلول بازی حاوی یون OH^- به آب دریا اضافه می‌کنند تا یون‌های Mg^{2+} در قالب رسوب $Mg(OH)_2$ جامد خارج شوند و سپس از یک محلول اسیدی مثل HCl استفاده می‌شود تا طی واکنش محلولی از $MgCl_2(aq)$ به دست آید و سپس با تبخیر نمک $MgCl_2$ را از محلول آن جدا کرده و آن را مذاب کرده و وارد برقکافت می‌کنند تا فلز Mg به دست آید.

(۳) درست؛ چون E^0 فلز Mg از Sn کمتر است، اگر یک جسم قلعی را در تماس با فلز Mg قرار دهیم اتم‌های Mg طی رقابت با اتم‌های Sn اکسایش یافته و قلع (Sn) در برابر خوردگی محافظت می‌شود.

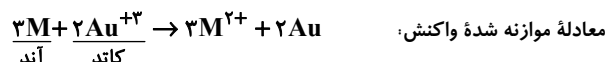
(۴) نادرست؛ فلز آهن کاهنده قوی‌تری نسبت به فلز قلع و فلز قلع کاهنده قوی‌تری نسبت به فلز مس است. هر چه یک فلز کاهنده قوی‌تری باشد یون مربوط به آن اکسندگی ضعیف‌تری است. در نتیجه ترتیب اکسندگی به صورت مقابل می‌باشد:



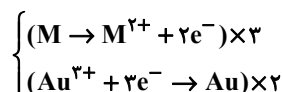
(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۵۵ تا ۵۸)

۱۲۵- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



معادله موازنه شده واکنش:



بین اکسندگی و کاهندگی ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) نادرست؛ اطراف قطب A محیط اسیدی می‌شود و pH کمتر از ۷ است.
 (۲) نادرست؛ قطب B، قطب منفی سلول (کاتد) را نشان می‌دهد که اطراف آن محیط بازی می‌شود.
 (۳) نادرست؛ برای برکافت مقدار کمی الکترولیت به آب می‌افزایند تا رسانایی افزایش یابد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(مشابه فور را بیازمایید)

(پیمان فواجوی میر)

۱۲۹- گزینه «۱»

موارد (الف)، (ب) و (ت) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) بر اثر خراش یک سلول گالوانی ایجاد می‌شود که emf آن طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$emf = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{آند}}^{\circ} = 0 / 4 - (-0 / 26) = 1 / 16 V$$

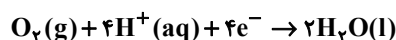
(ث) در آهن روکش شده با فلز روی، در اثر ایجاد خراش آهن قطب مثبت و در آهن روکش شده با فلز قلع، در اثر ایجاد خراش آهن قطب منفی است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

(امیرمهر کنگرانی)

۱۳۰- گزینه «۲»

نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن:



نیم‌واکنش کاتدی در فرایند آبکاری نقره: $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$

$$? \text{ تعداد قاشق} = 480 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } O_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Ag}{1 \text{ mol } e^-} \times \frac{108 \text{ g } Ag}{1 \text{ mol } Ag} \times \frac{1 \text{ قاشق}}{4 / 32 \text{ g } Ag} = 1500 \text{ قاشق}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰، ۵۱، ۶۰ و ۶۱)

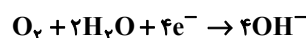
$$? \text{ mol } e^- = 0 / 6 \text{ g } M \times \frac{1 \text{ mol } M}{24 \text{ g } M} \times \frac{6 \text{ mol } e^-}{3 \text{ mol } M} = 0 / 5 \text{ mol } e^-$$

$$emf = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{آند}}^{\circ} \Rightarrow 3 / 87 = 1 / 5 - E_a^{\circ} \Rightarrow E_a^{\circ} = -2 / 37 V$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۲۶- گزینه «۳» (مهمرضا یمشیری)

نیم‌واکنش کاهش (نه اکسایشی) در حضور رطوبت، در اثر ایجاد خراش در حلبی و آهن سفید (آهن گالوانیزه) یکسان است.

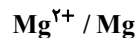
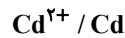
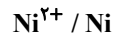
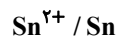
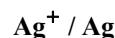
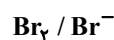
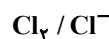


(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

(برگرفته از متن کتاب درسی)

۱۲۷- گزینه «۱» (مهمرضا پوریاوید)

با توجه به مقادیر E° داده شده، موقعیت گونه‌ها در سری الکتروشیمیایی به صورت زیر خواهد بود:

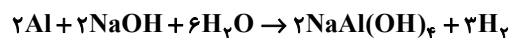


در واکنش‌های خودبه‌خودی، گونه کاهنده‌تر (سمت راست و پایین سری) با گونه اکسنده‌تر (سمت چپ و بالای سری) واکنش می‌دهد، با توجه به این که واکنش‌های داده شده همچنین شرایطی ندارند، هیچ یک از آن‌ها نیز انجام‌پذیر نخواهند بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۲۸- گزینه «۴» (پیمان فواجوی میر)

گاز C همان H_2 است که می‌توان آن را از واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب به دست آورد:



شیمی ۲

۱۳۱- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ طبق متن کتاب درسی، ژرمانیم (Ge) در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد ولی فلز قلع (Sn) در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.

ب) نادرست؛ سیلیسیم (Si) رسانایی الکتریکی کمی دارد. شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود.

پ) درست؛ ژرمانیم (Ge) در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارد و هم‌دوره با برم است که برم در دمای اتاق به حالت مایع است.

ت) درست؛ بررسی تغییرات شعاع اتمی عنصرهای موجود در یک گروه؛ در یک گروه از بالا به پایین تعداد لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد. بنابراین شعاع اتمی نیز از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷ و ۱۰ تا ۱۳)

۱۳۲- گزینه «۲»

(مهم‌رضا پوریاوید)

سیلیسیم یک شبه‌فلز است و رسانایی الکتریکی آن در مقایسه با فلزاتی مانند آلومینیم و منیزیم کمتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) بریلیم، منیزیم و کلسیم با یکدیگر هم‌گروه هستند. در هر گروه از بالا به پایین تمایل به از دست دادن الکترون (قدرت فلزی) افزایش می‌یابد.

۳) کلسیم، ژرمانیم و سلنیم در یک دوره از جدول جای دارند و از چپ به راست (با افزایش عدد اتمی) شعاع آن‌ها کاهش می‌یابد.

۴) اکسیژن، گوگرد و سلنیم نافلزات گروه ۱۶ از جدول دوره‌ای می‌باشند که از بالا به پایین خصلت نافلزی آن‌ها کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷ و ۱۰ تا ۱۴)

۱۳۳- گزینه «۲»

(ممنسن میهنی)

موارد الف) و ت) صحیح‌اند.

عناصر A, B, C و D به ترتیب کربن، آلومینیم، کلر و پتاسیم هستند.

الف) عنصر فلزی D (K) فلزی فعال و واکنش‌پذیر است و پایداری کمی در حالت آزاد دارد. در نتیجه پایداری ترکیبات آن از خود آن بیشتر است.

ب) از واکنش میان این دو عنصر با هم، ترکیب یونی DC (KCl) حاصل می‌شود.

پ) عنصر A، کربن است که در واکنش با عناصر دیگر فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد.

ت) عنصر C کلر است که در دمای اتاق (۲۵°C یا ۲۹۸ K) به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۱۴)

۱۳۴- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

در تمامی گروه‌های جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، تعداد لایه‌های الکترونی و در نتیجه شعاع اتمی عناصر افزایش می‌یابد. همچنین در گروه فلزات قلیایی خاکی، از بالا به پایین با افزایش شعاع واکنش‌پذیری عناصر نیز افزایش می‌یابد، در حالی که در گروه هالوژن‌ها، با افزایش شعاع واکنش‌پذیری عناصر کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۳۵- گزینه «۲»

(میشی میویوب)

عنصر X_a، فلوتور (F) و عنصر Y_b، کریبتون (Kr) است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) عنصری که با کریبتون هم‌دوره و عدد اتمی آن ۴ تا از آن کمتر است ژرمانیم (Ge) است که دومین شبه‌فلز در گروه خود است.

۲) اولین و دومین فلز گروه ۱۴ جدول تناوبی قلع (Sn) و سرب (Pb) است که اختلاف عدد اتمی آن‌ها بیشتر از اختلاف عدد اتمی کریبتون (Kr) و فلوتور (F) است.

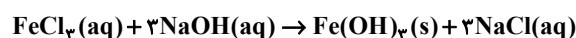
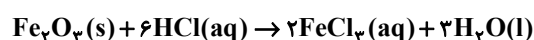
۳) عنصری که با فلوتور هم‌گروه و در جدول تناوبی در خانه زیر آن قرار دارد عنصر کلر است که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۴) عنصر A، عنصر برم (Br) است و عنصری که در خانه زیر برم در جدول تناوبی قرار دارد و با آن هم‌گروه است، عنصر ید (I) است که شعاع اتمی آن از برم بیشتر ولی خصلت نافلزی آن کمتر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۱۳۶- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)



$$? \text{ g Fe} = 1 \text{ g Fe}_3\text{O}_4 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_3\text{O}_4}{160 \text{ g Fe}_3\text{O}_4}$$

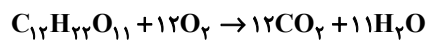
$$m_{Fe} = 450 - m_{Mg} = 450 - 80 / 84 = 369 / 16 g$$

$$\Rightarrow \% Fe = \frac{369 / 16 g}{450 g} \times 100 = 82\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(مسین شاهسواری)

۱۳۹ - گزینه «۴»



$$x \text{ g ساکارز} = 528 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol ساکارز}}{12 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{342 \text{ g ساکارز}}{1 \text{ mol ساکارز}} \Rightarrow x = 342 \text{ g}$$

$$684 - 342 = 342 \text{ g ساکارز مصرف شده در واکنش اصلی}$$

$$\times 100 = \frac{\text{ساکارز مصرفی در واکنش اصلی}}{\text{مقدار کل ساکارز}} = \text{بازده درصدی واکنش}$$

$$= \frac{342}{684} \times 100 = 50\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(یاسر راش)

۱۴۰ - گزینه «۳»

ابتدا مقدار کل کادمیم موجود در گیاه را محاسبه می‌کنیم، سپس مقدار کادمیم باقی‌مانده پس از کسر اتلاف در فرایند را یافته و ارزش نهایی آن را براساس قیمت هر کیلوگرم محاسبه می‌کنیم.

$$60 \times 10^6 \times \frac{0.2}{100} = 120000 \text{ g Cd}$$

$$120000 \times \frac{1}{100} = 1200 \text{ g Cd}$$

$$120000 - 1200 = 108000 \text{ g Cd}$$

$$108000 \text{ g Cd} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}}$$

$$\times \frac{1}{5} \times 10^6 \text{ واحد} = 16 / 2 \times 10^6 \text{ واحد} \Rightarrow 16 / 2 \text{ میلیون واحد}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

$$\times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 0.7 \text{ g Fe}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(یاسر راش)

۱۳۷ - گزینه «۲»

عبارت صورت سوال درست بوده و این عبارت به‌طور مستقیم به تعریف واکنش‌پذیری اشاره دارد که نشان‌دهنده تمایل یک عنصر برای شرکت در واکنش‌های شیمیایی است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) فلزات بسیار واکنش‌پذیر، به‌طور معمول ترکیبات پایدار تشکیل می‌دهند و استخراج فلز از این ترکیبات به انرژی و فرایندهای پیچیده‌تر نیاز دارد.

۲) واکنش‌های خودبه‌خودی اغلب منجر به تشکیل ترکیباتی با انرژی کمتر و پایداری بیشتر می‌شوند.

۳) اگرچه سدیم یک عامل کاهنده قوی است، اما به دلیل قیمت بالاتر و دسترسی‌پذیری کمتر نسبت به کربن، روش استخراج آهن با سدیم از نظر اقتصادی مقرون‌به‌صرفه نیست.

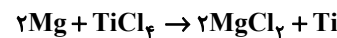
۴) بار نسبی کربن تغییر می‌کند (اکسید می‌شود) و باعث کاهش Fe_2O_3 به Fe می‌شود، بنابراین نقش عامل کاهنده را ایفا می‌کند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(افسان روستایی)

۱۳۸ - گزینه «۳»

با توجه به واکنش‌پذیری فلزات، از میان منیزیم و آهن، فقط منیزیم با $TiCl_4$ واکنش می‌دهد که معادله به صورت زیر است:



با توجه به مقدار $TiCl_4$ مصرف شده طی واکنش، می‌توان جرم منیزیم را به دست آورد:

$$80 = \frac{\text{خالص } TiCl_4 \text{ g}}{400 \text{ g } TiCl_4 \text{ ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم } TiCl_4 = 320 \text{ g}$$

$$? \text{ g Mg} = 320 \text{ g } TiCl_4 \times \frac{1 \text{ mol } TiCl_4}{190 \text{ g } TiCl_4} \times \frac{2 \text{ mol Mg}}{1 \text{ mol } TiCl_4}$$

$$\times \frac{24 \text{ g Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 80 / 84 \text{ g Mg}$$

حال می‌توان جرم آهن در مخلوط و در نتیجه درصد جرمی آهن در مخلوط اولیه را به دست آورد:

شیمی ۱

۱۴۱- گزینه «۴»

(مجتبی منیوب)

بررسی موارد نادرست:

(ب) رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن (${}^3\text{H}$) نیز ناپایدار است و نیمه عمر آن حدود ۱۲/۳۲ سال است.

(پ) طبق شکل کتاب درسی تودهٔ سرطانی هم گلوکز معمولی و هم گلوکز حاوی اتم پرتوزا (گلوکز نشان‌دار) را جذب می‌کند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶ تا ۹)

۱۴۲- گزینه «۲»

(امسان روستایی)

$$\left. \begin{array}{l} A = n + p \\ Z = p \end{array} \right\} \Rightarrow Z = \frac{A - (n, p)}{2}$$

$$Z = \frac{127 - 21}{2} = 53$$

در این یون عدد اتمی برابر با ۵۳، تعداد الکترون‌ها برابر با ۵۴ و تعداد نوترون‌ها برابر با ۷۴ خواهد بود. تعداد ذرات زیراتمی باردار (پروتون و الکترون) برابر ۱۰۷ و تعداد ذرات زیراتمی تشکیل‌دهندهٔ هسته (پروتون و نوترون) برابر ۱۲۷ است، پس نسبت آن‌ها برابر خواهد بود با:

$$\frac{107}{127} \approx 0.842$$

که به عدد ۰/۸۵ نزدیک‌تر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۴۳- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) پایدارترین ایزوتوپ منیزیم (${}^{24}_{12}\text{Mg}$) است که دارای ۱۲ پروتون و ۱۲ نوترون است.

(۲) سه عنصر فراوان زمین عبارتند از O ، Fe و Si که در میان آن‌ها O تک حرفی است.

(۳) با توجه به شکل کتاب درسی درست می‌باشد.

(۴) گاز هیدروژن: H_2

$$10\text{g H}_2 \times \frac{1\text{mol H}_2}{2\text{g H}_2} \times \frac{N_A}{1\text{mol H}_2} = 5N_A$$

$$\text{مولکول H}_2 = 3/01 \times 10^{24} = 5 \times 6/02 \times 10^{23}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳، ۵، ۸ و ۱۷)

۱۴۴- گزینه «۲»

(پیمان فواپوی میر)

پاسخ به پرسش «هستی چگونه پدید آمده است؟» در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد.

(شیمی ۱- صفحه ۲)

۱۴۵- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

عناصر دورهٔ سوم جدول تناوبی شامل $\text{Na} / \text{Mg} / \text{Al} / \text{Si} / \text{P} / \text{S} / \text{Cl} / \text{Ar}$ می‌باشند که $\frac{6}{8}$ یا ۷۵٪ آن‌ها نماد دو حرفی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) از میان ۱۱۸ عنصر جدول تناوبی، ۹۲ عنصر طبیعی (حدود ۷۸٪) و ۲۶ عنصر ساختگی (حدود ۲۲٪) می‌باشند.

(۲) عناصر یک گروه جدول تناوبی در خواص شیمیایی با هم تشابه دارند.

(۴) در جدول تناوبی فقط جرم اتمی میانگین تکسیم ذکر نشده است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۷ و ۱۰ تا ۱۳)

۱۴۶- گزینه «۲»

(مسن مینونی)

بررسی موارد:

الف) عناصر D ، E و F در جدول به ترتیب Au (طلا)، Al (آلومینیم) و Ar (آرگون) می‌باشد که همگی با حرف (A) آغاز می‌شوند.

ب) از عنصر Tc در تصویربرداری پزشکی از غدهٔ تیروئید استفاده می‌شود که در گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد. اما عنصر C در گروه ۸ قرار دارد.

پ) عنصر B ، منیزیم است که سه ایزوتوپ پایدار ${}^{10}_{5}\text{B}$ ، ${}^{11}_{5}\text{B}$ و ${}^{12}_{5}\text{B}$ دارد و عنصر A نیز هیدروژن است که دارای دو ایزوتوپ پایدار ${}^1\text{H}$ و ${}^2\text{H}$ می‌باشد.

ت) عنصر G ، سلنیم است که دارای ۳۴ پروتون می‌باشد و با توجه به اطلاعات داده شده تعداد نوترون‌های آن برابر ۴۵ (۳۴ - ۷۹) می‌باشد.

تفاوت نوترون‌های آن با پروتون‌های عنصر E (${}^{13}\text{Al}$) برابر ۳۲ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵، ۷، ۱۰ و ۱۱)



۱۴۷- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

ابتدا به کمک روابط استوکیومتری جرم اتمی میانگین ید (I) را محاسبه می‌کنیم:

$$4 / 816 \times 10^{22} \text{ اتم ید} \times \frac{1 \text{ mol اتم ید}}{6 / 02 \times 10^{23} \text{ اتم ید}} \times \frac{x \text{ g I}}{1 \text{ mol I}} = 10 / 2 \text{ g I}$$

که می‌توان جرم مولی I را با جرم اتمی میانگین آن از لحاظ عددی برابر

$$x = 127 / 5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در نظر گرفت.

می‌دانیم که مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌های یک اتم برابر با ۱۰۰ می‌باشد:

$$127 / 5 \text{ amu} = \frac{127 \times a + 129(100 - a)}{100}$$

$$\Rightarrow a = 75 \xrightarrow{\text{درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها}} \begin{cases} 127 \text{ I} = 75\% \\ 129 \text{ I} = 25\% \end{cases}$$

اختلاف فراوانی آن‌ها برابر با ۵۰٪ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۹)

۱۴۸- گزینه «۳»

(اعسان روستایی)

بررسی موارد:

مورد اول: درست

مورد دوم: درست؛ نور حاصل از شعله لیتیم نیترات، به رنگ قرمز و نور حاصل از شعله فلز سدیم، زرد رنگ است و طول موج رنگ قرمز بیشتر از رنگ زرد می‌باشد.

مورد سوم: درست؛ کاربرد طیف نشری خطی از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد خط نماد (بارکد) روی جعبه یا بسته مواد غذایی و بسیاری از کالاهاست.

مورد چهارم: نادرست؛ با توجه به طیف نشری خطی عناصر هلیوم و سدیم در صفحه ۲۳ کتاب درسی، محدوده این خطوط در هلیوم گسترده‌تر است.

در نتیجه ۳ مورد از مطالب داده شده، درست هستند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۴۹- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

a : جرم CaCO_3

4a : جرم NaOH

$$\text{CaCO}_3 \text{ در } a \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{3 N_A \text{ atom O}}{1 \text{ mol CaCO}_3} = \frac{3}{100} N_A a$$

$$\text{NaOH در } 4a \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}}$$

$$\times \frac{N_A \text{ atom O}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0 / 1 N_A a$$

$$\frac{\text{CaCO}_3 \text{ در } \frac{3}{100} N_A a}{\text{NaOH در } \frac{1}{10} N_A a} = 0 / 3$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۵۰- گزینه «۲»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

مورد اول: نور مرئی تنها بخشی از طیف الکترومغناطیسی است. پرتوهای نامرئی مانند امواج رادیویی، فرسرخ، فرابنفش و پرتوی ایکس نیز اطلاعات ارزشمندی دربارهٔ دما، ترکیب و پدیده‌های کیهانی می‌دهند.

مورد دوم: شیمی‌دان‌ها به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با جذب انرژی، از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد، نشر می‌گویند.

مورد سوم: طیف نشری خطی عمدتاً به تعداد و نحوهٔ آرایش الکترون‌ها بستگی دارد که برای عناصر مختلف، منحصر به فرد است. ایزوتوپ‌ها (اتم‌های یک عنصر با تعداد نوترون متفاوت) طیف نشری خطی یکسانی دارند اما طیف دو عنصر کاملاً متفاوت، هرگز یکسان نخواهد بود.

مورد چهارم: هیدروژن و لیتیم هر دو دارای ۴ خط در طیف نشری خود هستند، این به معنای تعداد یکسان خطوط است. پس برای تفکیک دقیق‌تر نیاز به بررسی موقعیت یا طول موج این خطوط است.

مورد پنجم: نور ساطع شده از لامپ‌های بخار سدیم که معمولاً در خیابان‌ها استفاده می‌شوند، یک طیف پیوسته نیست، بلکه شامل خطوط نشری گسسته

در ناحیهٔ زرد (و تا حدودی نارنجی) است. علت این پدیده، ساختار اتمی سدیم است که تنها پرتوهایی با انرژی‌های خاص (و در نتیجه طول موج‌های

معین) را گسیل می‌کند. در حالی که چشم انسان این خطوط نزدیک به هم را به صورت رنگ کلی زرد درک می‌کند، اما در واقعیت، این نور از مجموعه‌ای

محدود از طول موج‌های مجزا تشکیل شده است، نه یک طیف پیوسته مانند نور خورشید یا رنگین کمان.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

دفترچه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۲۸ آذر ماه ۱۴۰۴

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسین پرهیزگار، سعید جعفری، نازنین فاطمه حاجیلو، ابوالفضل عباس‌زاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه، مهران سعیدنیا، محمدرضا سوری، حمیدرضا قائدامینی، افشین کرمان‌فرد
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، سکینه گلشنی، مرتضی محسنی‌کیبر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، ایمان حسن‌پور، محمدمهدی دغلاوی، عقیل محمدی‌روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس و گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	محسن اصغری، مرتضی منشاری	—	فریبا رنوفی، مهدی یعقوبیان، محسن جمشیدی، زهرا شمسایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه	درویشعلی ابراهیمی	—	لیلا ایزدی، مسلم احمدنژاد، محسن جمشیدی، مهدی یعقوبیان
دین و زندگی	محمدمهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار، یاسین ساعدی	فاطمه محمدی	سجاد حقیقی‌پور، مجتبی رضازاده، علی ابراهیمی آرانی
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتاتبیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	مانده سالاری، فاطمه نقدی	مانده سالاری، محمدسعید رضایی	سپهر اشتیاقی، علیرضا رمضان‌زاده

کلاس‌های آنلاین عمومی

نام درس	نام دبیر	روز	ساعت
زبان انگلیسی ۳	محدثه مرآتی	سه‌شنبه	۱۷-۱۸
عربی، زبان قرآن ۳	ابوطالب درانی	سه‌شنبه	۱۹-۲۰
دین و زندگی ۳	سجاد حقیقی‌پور	چهارشنبه	۱۹-۲۰
فارسی ۳	نازنین حاجیلو	پنج‌شنبه	۱۹-۲۰

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر، محیا اصغری، مسئول دفترچه، فریبا رنوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



فارسی ۳

۲۰۱- گزینه ۴

(تازنین فاطمه هابیلومصفازاره)

واژه طاق در این عبارت، به معنای «سقف خمیده و محدب، سقف قوسی شکل که با آجر بر روی طاق یا جایی دیگر می‌سازند» است.
در گزینه ۴ نیز، منظور از طاق، سقفی خمیده و قوسی شکل (همانند شکل ابرو) است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «طاق به معنای «بی‌همتا و یکتا» است.
گزینه ۲: «طاق به معنای «مفرد و تنها، یکتا» است.
گزینه ۳: «طاق به معنای «پوان و عمارت» است.
معنای بیت گزینه ۲: «خاقانی در این شعر می‌گوید: عشق، انسان تنها و تهی از تعلقات را می‌پذیرد و پذیرای کسی که جفت باشد و به چیزهای دیگر نیز علاقه داشته باشد، نیست؛ پس اگر می‌خواهی به شیوه و مسلک عشق دربیایی، باید طاق و مفرد و خالی از تعلقات باشی.»

(واژه، صفحه ۶۷)

۲۰۲- گزینه ۳

(تازنین فاطمه هابیلومصفازاره)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «گشت‌گذار
گزینه ۲: «حوزه
گزینه ۴: «غرفه

(املا، صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۵)

۲۰۳- گزینه ۱

(تازنین فاطمه هابیلومصفازاره)

خط (هسته)، درشت (وابسته پسین از نوع صفت بیانی)، بسیار (وابسته وابسته از نوع قید صفت)، روشن (وابسته پسین از نوع صفت بیانی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۲: نمودار گروه اسمی، درست کشیده شده است. / آواز (هسته)، پر (وابسته پسین از نوع مضاف‌الیه)، جبرئیل (وابسته وابسته از نوع مضاف‌الیه مضاف‌الیه)
گزینه ۳: شکل درست نمودار گروه اسمی، این گونه است:

سی و پنج فرسنگ راه

سی و پنج (وابسته پیشین از نوع صفت شمارشی)، فرسنگ (وابسته وابسته از نوع ممیز)، راه (هسته)

گزینه ۴: شکل درست نمودار گروه اسمی، این گونه است:

زبان گویای خدا

زبان (هسته)، گویا (وابسته پسین از نوع صفت بیانی)، خدا (وابسته پسین از نوع مضاف‌الیه)

(دستور، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹، ۷۶ و ۷۷)

۲۰۴- گزینه ۱

(تازنین فاطمه هابیلومصفازاره)

نوع این جمله، مرکب است: نامه برادر با من همان کرد (جمله اول) که (پیوند وابسته‌ساز) شعر و چنگ رودکی با امیر سامانی [کرد] (جمله دوم)
بقیه گزینه‌ها، پیوند هم‌پایه‌ساز (اما، ولی، و) دارند و جملات مرکب محسوب نمی‌شوند.

نکته مهم درسی:

هنگامی که دو جمله، با پیوندهای وابسته‌ساز (که، در صورتی که، اگر، چون به) معنای به دلیل (...) به هم متصل شوند، یک جمله مرکب پدید خواهد آمد؛ اما

هنگامی که دو جمله با پیوندهای هم‌پایه‌ساز (مانند اما، ولی، یا، و) به هم متصل شوند، جمله مرکبی پدید نخواهد آمد و جمله‌ها ساده هستند.

(دستور، صفحه‌های ۶۳، ۸۲ و ۸۳)

۲۰۵- گزینه ۲

(ابوالفضل عباس زاده)

کلمه «لماس‌پر» تشبیه درون‌واژه‌ای دارد (پر مرغان را به الماس تشبیه کرده است).
در همه گزینه‌ها به جز گزینه ۲ «تشبیه دیده می‌شود».

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «زندان شهر (شهر به زندان مانند شده است).
گزینه ۳: «چهار تشبیه وجود دارد: ۱: گل‌های رنگین و معطر شعر (شعر به گل‌های رنگین و معطر مانند شده است). ۲: گل‌های رنگین و معطر خیال (خیال به گل مانند شده است). ۳: گل‌های رنگین و معطر احساس (احساس به گل مانند شده است). ۴: سموم سرد عقل (عقل (امور عقلی) به سموم سرد مانند شده است).
گزینه ۴: «قندیل زیبای پروین (خوشه یا ستارگان پروین به قندیل مانند شده است).»

(آرایه، صفحه‌های ۷۳ و ۷۵)

۲۰۶- گزینه ۲

(مسن فرایی، شیراز)

«صد» مجاز از «بسیار» / «سر و تن» مجاز از «کل وجود» / «تیغ» مجاز از «شمشیر» / «چوب» مجاز از «گیاه نی».

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «فاقد مجاز
گزینه ۳: «مرداد» مجاز از «تابستان» / «دی» مجاز از «زمستان»
گزینه ۴: «نفس» مجاز از «سخن»

(آرایه، صفحه ۶۴)

۲۰۷- گزینه ۳

(سعید پعفری)

گزینه ۳: «حسب حال است؛ زیرا نویسنده به شرح احوال زندگی خود می‌پردازد و گزارشی از خاطرات دوران کودکی خود را بیان می‌کند».

(قلمرو ادبی، صفحه‌های ۷۳، ۷۵، ۷۹ و ۸۱)

۲۰۸- گزینه ۴

(مسن فرایی، شیراز)

از عبارت چه خوش گفته‌اند که «امپراتوری‌های بزرگ هم مانند آدم‌های ثروتمند، معمولاً از سوء هاضمه می‌میرند»، «مفهوم کشورگشایی و جنگ‌طلبی» دریافت می‌گردد. (زیرا ولع و حرص امپراتوران بزرگ را برای گسترش دادن سرزمین‌های تحت حکمرانی خود، نشان می‌دهد).

(مفهوم، صفحه ۶۴)

۲۰۹- گزینه ۲

(سعید پعفری)

بیت گزینه ۲: «درباره کشاورزی نیست؛ بلکه منظور نویسنده «مادی شدن مردم» و رواج اندیشه‌های مادی است».

(مفهوم، صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۵)

۲۱۰- گزینه ۲

(سین پرهیزگلر - سبزوار)

جمع و تفریق محاسبات مردم، طفیلی بودن را تداعی می‌کند و گوشه یک اتاق پر کارمند، پناه بردن به کنجی را.

(مفهوم، صفحه ۸۲)



عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینه ۴»

(مهران سعیدنیا)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «دمع» به معنای «اشک» است و جمع آن «دموع» می‌باشد.

گزینه ۲: «المطاعم» به معنای «رستوران‌ها» می‌باشد و مفرد آن «المطعم» است.

گزینه ۳: «سنوات» به معنای «سال‌ها» است و مفرد آن «سنة» می‌باشد.

(واژگان، صفحه ۳۲)

۲۱۲- گزینه ۴»

(آرمین ساعدنیا)

ترجمه عبارت: «خطا: صفتی است برای وسیله یا دستگاه یا ابزاری که نیاز به تعمیر دارد.» (نادرست است؛ کلمه «المعطله» خراب شده) مناسب این توضیحات است.

(واژگان، صفحه ۲۷)

۲۱۳- گزینه ۴»

(همیدرضا قانرازمینی)

«استعان المسافرون بـ...»: مسافران از ... یاری خواستند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «جرّ سيارتهم»: خودروی آن‌ها را کشید (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «بالجرارة»: با تراکتور / «أخذها إلى»: آن را به ... بُرد (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «موقف تصليح السيارات»: تعمیرگاه خودروها (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۲۵)

۲۱۴- گزینه ۱»

(آرمین ساعدنیا)

«كنت تعلم»: می‌دانستی (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «أن»: که (رد گزینه ۴) / «الأسماك العجیبة»: ماهیان عجیب (رد سایر گزینه‌ها) / «فی الصيد»: در شکار (رد گزینه ۳) / «و تحب»: و دوست دارد (رد گزینه ۳) / «أن تأكل الفرائس حیة»: شکارها را زنده بخورد (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۳۰)

۲۱۵- گزینه ۴»

(آرمین ساعدنیا)

«یتصل ... بصدیقه»: با دوستش تماس می‌گیرد (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «لکی یصلح»: تا تعمیر کند (رد گزینه ۳) / «سیارتنا القديمة»: خودروی قدیمی ما (رد سایر گزینه‌ها) / «سریعاً»: به سرعت (در گزینه ۲ در جای اشتباه ترجمه شده است؛ (رد گزینه‌های ۲ و ۳))

(ترجمه، صفحه ۲۵)

۲۱۶- گزینه ۴»

(مهم‌رشا سوری)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «تستخدم»: به کار برده می‌شود - «آن را» اضافی است.

گزینه ۲: ترجمه صحیح: «هنگامی که حشره‌ای بر روی سطح آب می‌افتد، زنده بلعیده می‌شود.»

گزینه ۳: ترجمه صحیح: «نگهبانان کارگاه از خواب خودداری کرده بودند.»

(ترجمه، صفحه‌های ۲۵، ۲۸ و ۳۰)

۲۱۷- گزینه ۱»

(مهران سعیدنیا)

«الرزاق» اسم مبالغه و «مرزوق» اسم مفعول می‌باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۲: «مُحْتَرَمًا» اسم مفعول می‌باشد.

گزینه ۳: «صَبْرًا» اسم مبالغه می‌باشد.

گزینه ۴: «العَمَال» جمع «العامل» اسم فاعل می‌باشد و اسم مفعول و اسم مبالغه‌ای در این گزینه وجود ندارد.

(قواعد، ترکیبی)

۲۱۸- گزینه ۲»

(آرمین ساعدنیا)

ترجمه عبارت: «کوه بلند است و می‌دانی که من نمی‌توانم به آن صعود کنم.» در این عبارت هیچ حالی وجود ندارد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «هما باکیان» حال است.

گزینه ۳: «متعجبة» حال است.

گزینه ۴: «متأخرین» حال است.

(قواعد، ترکیبی)

۲۱۹- گزینه ۱»

(آرمین ساعدنیا)

جمله عبارت: «اسم دوستانم را به یاد نمی‌آورم در حالی که آن‌ها اسم همه ما را به یاد می‌آورند.» در این عبارت «هم یتذکرون» جمله حالیه است.

(قواعد، ترکیبی)

۲۲۰- گزینه ۳»

(همیدرضا قانرازمینی)

«هی تسیر» جمله حالیه است و حالت «سَمَكَة» را هنگام وقوع فعل بیان می‌کند.

ترجمه عبارت: «ماهی تیلپیا از بچه‌هایش دفاع می‌کند، در حالی که با آن‌ها حرکت می‌کند.»

(قواعد، ترکیبی)



۲۲۱- گزینه «۴»

(آزمین ساعده‌پناه)

ترجمه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دوستان

گزینه «۲»: نزدیکان

گزینه «۳»: یاران

گزینه «۴»: چهارشنبه

(واژگان، برگرفته از تمرین دوم، صفحه ۲۶)

۲۲۲- گزینه «۱»

(آزمین ساعده‌پناه)

«هل تُصَدِّقُ»: آیا باور می‌کند، آیا باور می‌کنی (رد گزینه ۲) / «أن تری»: که ببیند، که ببینی (رد گزینه ۲) / «سَمَكَةٌ تَطْلُقُ»: ماهی‌ای را که ... رها می‌کند (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «قطرات الماء»: قطره‌های آب (رد گزینه ۳) / «تصید الحشرات الأخری»: حشره‌های دیگر را شکار می‌کند (رد سایر گزینه‌ها) / «به وسیله آن» در گزینه «۴» اضافی است؛ رد گزینه ۴

(ترجمه، برگرفته از تمرین ششم، صفحه ۳۰)

۲۲۳- گزینه «۳»

(مهران سعیدنیا)

«مَنْ أذنبَ» (فعل شرط): هرکس گناه کند (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / «و هو یضحک» (جمله حالیه): در حالی که می‌خندد (رد سایر گزینه‌ها) / «دخل النار» (جواب شرط): وارد آتش می‌شود (رد سایر گزینه‌ها) / «و هو یبکی» (جمله حالیه): در حالی که گریه می‌کند (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

(ترجمه، برگرفته از تمرین هفتم، صفحه ۳۱)

۲۲۴- گزینه «۴»

(مهمربنا سوری)

«إذا طلبت»: هرگاه خواستی (رد سایر گزینه‌ها) / «أن تنجح فی أمورک»: در کارهایت موفق شوی (رد سایر گزینه‌ها) / «فم بها وحیداً»: به تنهایی به آن اقدام کن (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «لا تتوکل علی الآخِرین»: بر دیگران توکل نکن (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، برگرفته از تمرین هفتم، صفحه ۳۱)

۲۲۵- گزینه «۳»

(افشین کریمیان‌فرد)

«استعینوا» (فعل امر): یاری بجوید

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۲۷ و ۳۱)

۲۲۶- گزینه «۳»

(همیرضا قانرازمینی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «لا تکتبن»: نمی‌نویسید

گزینه «۲»: «قد یمتنع»: گاهی خودداری می‌کند

گزینه «۴»: «مُنِعْتَ»: منع شدم

(ترجمه فعل، برگرفته از تمرین پنجم، صفحه ۲۸)

۲۲۷- گزینه «۲»

(آزمین ساعده‌پناه)

نقش «نفس» در آیه شریفه صورت سؤال مضاف‌الیه است نه صفت!

(محل اعرابی، برگرفته از تمرین سوم، صفحه ۲۷)

۲۲۸- گزینه «۳»

(مهمربنا سوری)

«فرحین» حال برای «التلامیذ» است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «حیة» صفت «فریسة» است.

گزینه «۲»: «المسرورین» صفت «اللأعین» است.

گزینه «۴»: «مشتاقاً» صفت «طالباً» است.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، ترکیبی)

۲۲۹- گزینه «۳»

(آزمین ساعده‌پناه)

«مبشّرين» حال برای «التبیین» است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «شاب» صفت برای «مهندس» است.

گزینه «۲»: «باکیاً» صفت برای «طفلاً» است.

گزینه «۴»: در این عبارت نیز حال وجود ندارد.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، ترکیبی)

۲۳۰- گزینه «۳»

(آزمین ساعده‌پناه)

ضمیر متصل «کم» صیغه جمع مذکر مخاطب است و صرفاً «مسرورین» می‌تواند حالت آن را به درستی بیان کند.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، ترکیبی)



دین و زندگی (۳)

۲۳۱- گزینه «۴»

(فرزین سماقی)

اینکه می‌گوییم قدر و قضای الهی بر جهان حاکم است، به این معناست که نقشة جهان با همه موجودات و ریزه‌کاری‌ها و ویژگی‌ها و قانون‌هایش از آن خدا و علم خداست (قدر) و اجرا و پیاده کردن آن نیز به اراده خداست. بنابراین، نه در نقشة جهان (قدر) نقصی هست و نه در اجرا و پیاده کردن آن (قضا).

(درس ۵، صفحه‌های ۵۳ و ۵۶)

۲۳۲- گزینه «۴»

(فرزین سماقی)

با توجه به عبارت «فَمَنْ أَبْصَرَ فَلِنَفْسِهِ وَمَنْ عَمِيَ فَعَلَيْهَا: هر کس که بینا گشت به سود خود اوست و هر کس کور دل گردد، به زیان خود اوست.» این آیه به «تفکر و تصمیم» به عنوان یکی از شواهد وجود اختیار در انسان اشاره دارد و با مفهوم بیت «این‌که فردا این کنم یا آن کنم / خود دلیل اختیار است ای صنم» در ارتباط است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۲۳۳- گزینه «۱»

(میتم هاشمی)

سنت ابتلاء در اصطلاح دینی به معنای قرار دادن فرد در شرایط و موقعیتی است که صفات درونی خود را بروز دهد و درستی یا نادرستی آنچه را که ادعا کرده مشخص کند.

(درس ۶، صفحه ۶۸)

۲۳۴- گزینه «۳»

(سلیته کلشنی)

این‌که خداوند، سنت و قانون خود را بر این قرار داده که هر کس هر کدام از این دو راه (حق یا باطل) را برگزیند، بتواند از همین امکاناتی که خدا در اختیارش قرار داده (مانند قدرت اراده، توان جسمی و فکری، امکانات موجود در جهان خلقت و ...) استفاده کند تا در همان مسیری که انتخاب کرده است به پیش رود، نشانگر و در ارتباط با سنت «امداد عام الهی» می‌باشد.

(درس ۶، صفحه ۷۰)

۲۳۵- گزینه «۴»

(ممسن بیاتی)

بدون پذیرش قدر و قضای الهی، هیچ نظامی برقرار نمی‌شود و هیچ زمینه‌ای برای کار اختیاری پدید نمی‌آید.

منظور حضرت علی (ع) از «قضای الهی» در عبارت «از قضای الهی به قدر الهی پناه می‌برم.» فرو ریختن دیوار سست و کج می‌باشد.

(درس ۵، صفحه ۵۷)

۲۳۶- گزینه «۱»

(ممسن بیاتی)

خداوند این‌گونه تقدیر کرده است که انسان کارهایش را با «اختیار انجام دهد» و کسی نمی‌تواند از اختیار که ویژگی ذاتی اوست، فرار کند؛ حتی اگر بخواهد آن را انکار کند و از آن فرار کند، باز هم این کار اختیاری بوده، چون همین کار را با خواست و اراده خود انجام داده است.

(درس ۵، صفحه ۵۸)

۲۳۷- گزینه «۲»

(ممسن بیاتی)

موارد (ج، د) به درستی ارتباط دارند.

بررسی نادرستی سایر موارد:

(الف) تأثیر یک عامل در عامل دیگر ← علل طولی

(ب) همکاری چند عامل با یکدیگر ← علل عرضی

(درس ۵، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۲۳۸- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

این جمله مؤید جلوه‌هایی از سنت «توفیق الهی» است، یعنی ایجاد زمینه مناسب برای رشد و تعالی شخص مؤمن. در کسب توفیق الهی، عوامل درونی مانند داشتن روحیه حق‌پذیری هم نقشی تعیین‌کننده دارد و آیه شریفه «وَالَّذِينَ جَاهَدُوا فِينَا لَنَهْدِيَنَّهُمْ سُبُلَنَا وَإِنَّ اللَّهَ لَمَعَ الْمُحْسِنِينَ: و کسانی که در راه ما جهاد [و تلاش] کنند حتماً آنان را به راه‌های خود هدایت می‌کنیم و در حقیقت خداوند با نیکوکاران است.» درباره این سنت الهی است.

(درس ۶، صفحه‌های ۶۵ و ۷۱)

۲۳۹- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

در تعالیم دینی آمده است که صلۀرحم و محبت به خویشان و دادن صدقه، عمر را افزایش می‌دهد. احسان به والدین، امانت‌داری، لقمه حلال، آب دادن به درخت تشنه یا سیراب کردن حیوانات و نیز برطرف کردن اندوه و غصه دیگران زندگی را بهبود می‌بخشد.

(درس ۶، صفحه ۷۴)

۲۴۰- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

حفظ آبروی بندگان گناهکار توسط خداوند، مصداقی از سنت سبقت رحمت بر غضب الهی است و عبارت شریفه «مَنْ جَاءَ بِالْحَسَنَةِ فَلَهُ عَشْرُ مِثَالِهَا: کسی که کار نیکی بیاورد، ده برابر آن [پاداش] می‌گیرد.»

(درس ۶، صفحه‌های ۶۶، ۷۱ و ۷۲)

زبان انگلیسی ۳

۲۴۱- گزینه «۲»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «هنگام درمان سوختگی دست، بهتر است فوراً روی ناحیه آسیب دیده یخ بگذارید تا از آسیب بیشتر جلوگیری شود.»

(۱) به طور تصادفی، سهواً

(۲) فوراً

(۳) به طور فزاینده

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۵۳)

۲۴۲- گزینه «۱»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «در بسیاری از مناطق، کودکان به دلیل کمبود مدارس و معلمان واجد شرایط، برای آموزش دیدن با مشکل مواجه هستند.»

(۱) دریافت کردن

(۲) شامل چیزی بودن

(۳) تنظیم کردن، چیدن

به ترکیب واژگانی "receive education" به معنای «درس گرفتن» توجه کنید.

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۲۹)

۲۴۳- گزینه «۴»

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «او متوجه شد که گنج واقعی زندگی اش ثروت نیست، بلکه تجربیات و خاطراتی است که خلق کرده است.»

(۱) قرن

(۲) نماد

(۳) مثال

(۴) گنج

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۴۱)

۲۴۴- گزینه «۴»

(ایمان مسن پور)

ترجمه جمله: «وقتی فهمیدند شخصی که به او اعتماد کرده بودند در واقع خبرچین پلیس بوده، شوکه شدند.»

نکته مهم درسی:

"which" برای اشیا به کار می‌رود، نه برای افراد (رد گزینه «۱»). "what" به عنوان ضمیر موصولی برای اشاره به افراد استفاده نمی‌شود (رد گزینه «۲»). "whose" نشان‌دهنده مالکیت است، که در اینجا همخوانی ندارد (رد گزینه «۳»).

(گرامر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

(گرامر)

۲۴۵- گزینه «۲»

(عقیل ممدی روش)

ترجمه جمله: «وسایلی را که گم شده بودند، می‌شد روی میز مدیر پیدا کرد.»

نکته مهم درسی:

"who" و "whom" به افراد اشاره دارند، نه به اشیا (رد گزینه‌های «۳» و «۴»). "whose" نشان‌دهنده مالکیت است و برای افراد یا گاهی اوقات اشیا استفاده می‌شود، اما در اینجا غیرضروری است (رد گزینه «۱»).

(گرامر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

ترجمه متن درک مطلب:

در سال‌های اخیر، نوجوانان بیشتر و بیشتری به صورت آنلاین خرید می‌کنند. تنها با چند کلیک، آن‌ها می‌توانند لباس، کفش، ابزار و موارد دیگر را در آسایش در خانه خود بخرند. این روند نه تنها راحت است، بلکه برای بسیاری از جوانان هیجان‌انگیز نیز هست. یکی از دلایلی که نوجوانان خرید آنلاین را ترجیح می‌دهند، تنوع گسترده در گزینه‌ها است. آن‌ها می‌توانند به راحتی صدها وبسایت را برای یافتن جدیدترین ترندهای مد یا جذاب‌ترین گجت‌ها مرور کنند. فروشگاه‌های آنلاین اغلب تخفیف‌ها ارائه می‌دهند که خریداران جوانی را که همیشه به دنبال یک معامله خوب هستند، جذب می‌کند. جنبه منحصراً به فرد دیگر خرید آنلاین برای نوجوانان، تأثیر رسانه‌های اجتماعی است. بسیاری از نوجوانان، اینفلوئنسرهای مد و سلبریتی‌ها را در پلتفرم‌هایی مانند اینستاگرام یا تیک‌تاک دنبال می‌کنند. وقتی آن‌ها اینفلوئنسرهای مورد علاقه خود را می‌بینند که برندهای خاصی را پوشیده‌اند، می‌خواهند همان کالاها را بخرند. این امر خرید آنلاین را به یک فعالیت اجتماعی تبدیل کرده است که در آن نوجوانان تجربیات خرید خود را با دوستانشان به اشتراک می‌گذارند و درباره‌شان گفت‌وگو می‌کنند. با این حال، نگرانی‌هایی نیز وجود دارد. ممکن است نوجوانان زمان زیادی را صرف خرید آنلاین کنند یا پول خود را صرف چیزهایی کنند که واقعاً به آن‌ها نیاز ندارند. با وجود این چالش‌ها، محبوبیت خرید آنلاین در میان نوجوانان همچنان در حال رشد است و نحوه خرید آن‌ها را در دنیای مدرن شکل می‌دهد.

۲۴۶- گزینه «۳»

(مهممهری رغلای)

ترجمه جمله: «بیده اصلی متن چیست؟»

«خرید آنلاین در حال حاضر در میان نوجوانان محبوب می‌شود.»

(درک مطلب)

۲۴۷- گزینه «۱»

(مهممهری رغلای)

ترجمه جمله: «کلمه "variety" (تنوع) در پاراگراف «۲» از نظر معنایی به کدام یک نزدیک‌ترین است؟»

«diversity» (گوناگونی)

(۱) گوناگونی

(۲) اختیار، نظارت

(۳) محدودیت

(۴) ضرورت

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینه «۱»

(مهممهری رغلای)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، تأثیر رسانه‌های اجتماعی بر خریداران نوجوان چیست؟»

«باعث می‌شود همان کالاها را بخرند که اینفلوئنسرهای موردعلاقه‌شان می‌پوشند.»

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینه «۲»

(مهممهری رغلای)

ترجمه جمله: «کلمه "they" (آن‌ها) در پاراگراف ۳ به چه چیزی اشاره دارد؟»

«Many teenagers» (بسیاری از نوجوانان)

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینه «۴»

(مهممهری رغلای)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، کدام یک از موارد زیر نادرست است؟»

«نوجوانان فقط برای خرید چیزهایی که نیاز دارند، پول خرج می‌کنند.»

(درک مطلب)

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۲۸ آذر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
آرین غلامی	ویراستار
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرعلی حسینی‌زاده، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
ستایش یآوری	ویراستار مستندسازی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۲»

(مامد کریمی)

شماره الفبایی حروف الگوی مقابل را می‌سازد:

۲، ۶، ۱۲، ۲۰، ۳۰، ۴۰

حاصل ضرب یک و دو: ۲

حاصل ضرب دو و سه: ۶

حاصل ضرب سه و چهار: ۱۲

حاصل ضرب چهار و پنج: ۲۰

و در نهایت حاصل ضرب پنج و شش، عدد ۳۰، یعنی حرف «و» الگو را کامل می‌کند.

(الفبا، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۴»

(مامد کریمی)

جایگاه حداکثر چهار حرف تغییر نمی‌کند:

حروف	آ	ف	ا	ق	آ	س	م	ا	ن	ی
عبارت	آ	ف	ا	ق	آ	س	م	ا	ن	ی
به ترتیب الفبا	آ	آ	ا	ا	س	ف	ق	م	ن	ی

(الفبا، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۲»

(مامد کریمی)

«هوش دم‌پریده»، «مو» است که ارزش آن مجموع «م» و «و» یعنی مجموع ۲۸ و ۳۰ است که برابر با ۵۸ است.

(بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۳»

(ممید اصفهانی)

گوینده عبارت می‌گوید بعد از سال‌ها انجام یک کار، بدیهی‌ترین اصول آن را فراموش نمی‌کند، این یعنی این فرد تجربه دارد و این تجربه به او در انجام درست کار کمک می‌کند.

(ضرب‌المثل، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۳»

(ممید اصفهانی)

بیت اصلی ۱۵ نقطه دارد: از محبت خارها گل می‌شود / از محبت سرکه‌ها مل می‌شود

عدد ۱۵ در تقسیم بر ۴ باقی‌مانده ۳ دارد.

(ترتیب کلمات، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲»

(ممید اصفهانی)

عبارت گزینه پاسخ به شکل «جوانه با بهت و حیرت به آب می‌نگریست.» درست می‌بود.

(تصحیح جملات، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۱»

(ممید اصفهانی)

کشورهای مدنظر: برزیل، ژاپن، مغولستان

(کلمه سازی، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۱»

(فاطمه راسخ)

ارقام ردیف‌ها اگر مرتب شوند، به ترتیب چهارتا چهارتا بیش تر می‌شوند:

۱، ۵، ۹، ۱۳

۱۰، ۱۴، ۱۸، ۲۲

۲، ۶، ۱۰، ۱۴

$27, ?, 35, 39 \Rightarrow ? = 31, 3 + 1 = 4$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۱»

(فاطمه راسخ)

عدد بزرگ‌تر هر دسته از الگوی صورت سؤال، برابر مجموع سه عدد دیگر آن است:

$17 = 9 + 4 + 4, 11 = 7 + 3 + 1, 10 = 5 + 4 + ? \Rightarrow ? = 1$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۴»

(فرزاد شیرمحمدی)

دو عدد ۵ و ۶ که حتماً در عدد هستند. برای عدد سوم، وضعیت عددهای ۱، ۷ و ۹ مشابه است، یعنی با هر کدام، تنها دو عدد می‌توان ساخت، یعنی $6 = 3 \times 2$ عدد. با عدد ۵ در جایگاه سوم هم، می‌توان یک عدد ساخت:

۵۱۶، ۵۵۶، ۵۷۶، ۵۹۶، ۱۵۶، ۷۵۶، ۹۵۶

اگر عدد سوم صفر و شش باشد ۵ عدد داریم: ۵۰۶، ۵۶۰، ۶۵۰، ۶۵۶، ۵۶۶

و اگر عدد سوم هشت باشد ۴ عدد داریم: ۵۶۸، ۵۸۶، ۶۵۸، ۸۵۶

پس کل عددها ۱۶ تاست.

(اصل ضرب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۴»

(فرزاد شیرمحمدی)

۱) در ستون دوم از راست، عدد ۲ تنها یک جایگاه دارد. عدد ۳ در این ستون نیز معلوم می‌شود. عدد ۴ ردیف بالا هم همین‌طور.
۲) ردیف سوم عدد ۱ را لازم دارد و تنها یک جایگاه برای آن دارد.

	۴	۲	۳	۱
۱				
		۴		
			۱	

→

۴	۲	۳	۱
۱		۲	
		۴	
			۱

→

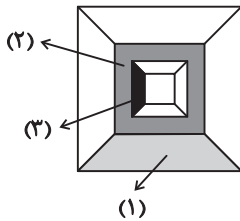
۴	۲	۳	۱
۱		۲	
		۱	۴
			۱



پس مساحت دایره ۱۶π و مساحت مربع $۶۴ = ۸ \times ۸$ و مساحت قسمت هاشورخورده $۱۶ - ۴\pi = \frac{۶۴ - ۱۶\pi}{۴}$ است.

(هنرسه، هوش منطقی ریاضی)

(ممیر کنی)



(۱): یک چهارم اختلاف مساحت مربع‌های به ضلع‌های ۱۰ و ۱۲:

$$\frac{۱۲ \times ۱۲ - ۱۰ \times ۱۰}{۴} = \frac{۴۴}{۴} = ۱۱$$

(۲): اختلاف مساحت مربع‌های به ضلع‌های ۱۰ و ۸:

$$۱۰ \times ۱۰ - ۸ \times ۸ = ۳۶$$

(۳): یک چهارم اختلاف مساحت‌های مربع‌های به ضلع‌های ۸ و ۶:

$$\frac{۸ \times ۸ - ۶ \times ۶}{۴} = ۷$$

مساحت رنگی: $۱۱ + ۳۶ + ۷ = ۵۴$

کل مساحت شکل: $۱۲ \times ۱۲ = ۱۴۴$

مساحت بخش رنگ‌نشده شکل: $۱۴۴ - ۵۴ = ۹۰$

(هنرسه، هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه اسخ)

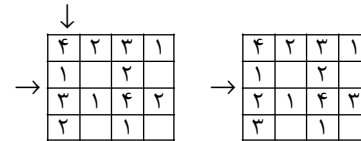
هیچ خط عمودی یا افقی در مربع‌های اصلی نیست که کل مربع را به دو نیم تقسیم کند. پس گزینه «۲» قطعاً از شکل حاصل نمی‌شود.

ساخت دیگر گزینه‌ها، با حداقل تغییر:

شکل سمت چپ	شکل وسط	شکل سمت راست	
بدون تغییر	۹۰° پادساعتگرد	۹۰° ساعتگرد	گزینه «۱»
بدون تغییر	۹۰° ساعتگرد	بدون تغییر	گزینه «۳»
۱۸۰°	بدون تغییر	۹۰° پادساعتگرد	گزینه «۴»

(کاغذ شفاف، هوش غیرکلامی)

(۳) حال در ردیف سوم، اگر به جای علامت سؤال ۲ بگذاریم، دیگر خانه خالی این ردیف عدد ۳ می‌گیرد و در ستون نخست از چپ، به جای علامت سؤال، ۲ می‌نشیند. اگر نیز به جای ۳، ۲ بگذاریم، همین قاعده را برعکس داریم. پس دو حالت داریم:



$$\begin{cases} 2 + 2 = 4 \\ 3 + 3 = 6 \end{cases} \Rightarrow ??$$

(سودکول، هوش منطقی ریاضی)

(ممیر کنی)

$$۱۰۸ - ۲۷ = ۸۱$$

تعداد کالاهای موردنیاز:

$$۸۱ = ۳ \times ۲۷$$

پس به سه برابر کار نیاز داریم:

ولی تعداد ماشین‌ها $\frac{۶}{۸}$ و نوبت‌های کار $\frac{۲}{۳}$ شده است، پس هر نوبت باید

$$۳ \times \frac{۱}{۶} \times \frac{۲}{۲} = ۶ \text{ برابر شود، که یعنی } ۶ \times ۳ = ۱۸ \text{ دقیقه.}$$

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

(امیرعلی سینی زاره)

کسری از مخزن که در این حالت، در هر دقیقه پر یا خالی می‌شود:

$$\text{الف} \Rightarrow -\frac{۱}{۲ \times ۶۰} = -\frac{۱}{۱۲۰}$$

$$\text{ب} \Rightarrow -\frac{۱}{۳ \times ۶۰} = -\frac{۱}{۱۸۰}$$

$$\text{ج} \Rightarrow -\frac{۱}{۴ \times ۶۰} = -\frac{۱}{۲۴۰}$$

$$\text{د} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰}$$

پس تغییر آب در این حالت، در هر دقیقه برابر است با:

$$\frac{۱}{۲۰} - \left(\frac{۱}{۱۲۰} + \frac{۱}{۱۸۰} + \frac{۱}{۲۴۰} \right) = \frac{۳۶ - (۶ + ۴ + ۳)}{۷۲۰} = \frac{۲۳}{۷۲۰} \approx \frac{۱}{۳۰}$$

پس مخزن، که $\frac{۱}{۲}$ آن کامل است، ۱۵ دقیقه بعد، پر می‌شود:

$$\frac{۱}{۲} + \left(x \times \frac{۱}{۳۰} \right) = ۱ \Rightarrow x = ۱۵$$

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

(ممیر اصفهانی)

اگر شعاع دایره، r باشد، ضلع مربع $2r$ است. داریم:

$$\frac{\pi r^2}{2\pi r} = 2 \Rightarrow r = 4$$

تعداد مکعب‌ها:

$$(4 \times 4) + (1 \times 4) + (1 \times 4) = 6 \times 4 = 24$$

(نقشه‌کشی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۳»

(غریزاد شیرممبرلی)


مراحل تا را پس از سوراخ برعکس طی می‌کنیم:




(تای کاغذ، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۳»

(غریزاد شیرممبرلی)

اولاً واضح است وجه  باید از یال نشان داده شده به وجه

بچسبید تا شکل صورت سؤال حاصل شود، بنابراین گزینه‌های 

«۱» و «۴» نادرست است. همچنین از شکل گزینه «۲» مکعبی با نمای

حاصل می‌شود، نه آنچه صورت سؤال خواسته است.




(تبدیل‌های فضایی، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۱»

(غریزاد شیرممبرلی)

در رد گزینه «۲» می‌توان گفت طبق نمای دوم، یکی از فلش‌ها باید در کنار دایره تمام سفید باشد.

در رد گزینه‌های «۳» و «۴» هم می‌توان گفت در هرم حاصل، مثلث

هرگز به شکل  در نمی‌آید. پس تنها گزینه «۱» باقی

می‌ماند.

اما نکته جالبی در این گزینه هست و آن این‌که، در شکل رسم‌شده این گزینه، یکی از فلش‌ها در دو نمای کلی وجود ندارد. به عبارت دیگر به‌جز سطح مقطع، یکی دیگر از سطح‌های منشور نیز در دو نمای رسم‌شده صورت سؤال، پنهان است.

(تبدیل‌های فضایی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۳»

(ممیر کتبی)

حجم مدّظنر:

